J. DOSTOR

Note sur l'intégration de la différentielle $d\lambda = \frac{-d\ell(C-D\cos\ell)}{\sin\ell\sqrt{1-C^2+2CD\cos\ell-(1+D^2)\cos^2\ell}}$ du § 723, page 292 de l'ouvrage d'Euler : Theoria motus corporum solidorum seurigidorum

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 45-46

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__45_1>

NOTE SUR L'INTÉGRATION DE LA DIFFÉRENTIELLE

$$d\lambda = \frac{-dl(\mathrm{C}-\mathrm{D}\cos l)}{\sin l\sqrt{1-\mathrm{C}^2+2\mathrm{CD}\cos l-(1+\mathrm{D}^2)\cos^2 l}}$$

du § 723, page 292 de l'ouvrage d'Euler : *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum;*

Par M J.-DOSTOR,

Docteur ès sciences mathématiques.

Pour intégrer cette différentielle, nous ferons remarquer que l'expression sous le radical revient à

$$1-\mathrm{C}^2(\sin^2 l+\cos^2 l)+2\mathrm{CD}\cos l-(1+\mathrm{D}^2)(1-\sin^2 l),$$

qui peut s'écrire

$$\sin^2 l\,(1 - C^2 + D^2) - (D - C\cos l)^2;$$

de sorte que

$$d\lambda = \frac{-dl(C - D\cos l)}{\sin l\sqrt{\sin^2 l\,(1 - C^2 + D^2) - (D - C\cos l)^2}},$$

$$= \frac{\dfrac{-dl(C - D\cos l)}{\sin^2 l.\,H}}{\sqrt{1 - \dfrac{(D - C\cos l)^2}{\sin^2 l.\,H^2}}},$$

où

$$H = \sqrt{1 - C^2 + D^2}.$$

Posons

$$x = \frac{D - C\cos l}{\sin l.\,H};$$

d'où l'on tire

$$dx = \frac{C\sin^2 l dl - (D - C\cos l)\cos l dl}{\sin^2 l.\,H} = \frac{(C - D\cos l)\,dl}{\sin^2 l.\,H},$$

et nous aurons

$$d\lambda = \frac{-dx}{\sqrt{1 - x^2}};$$

d'où

$$\lambda = E + \operatorname{arc}(\cos = x) = E + \operatorname{arc}\left(\cos = \frac{C - D\cos l}{\sin l.\sqrt{1 - C^2 + D^2}}\right).$$

Cette intégrale est différente de

$$\lambda = E + \operatorname{arc}\left(\sin = \frac{-D + C\cos l}{\sin l}\right),$$

donnée par Euler, que M. le Dr J.-P. Wolfers, de Berlin, a déjà rectifiée (*Archiv. der Mathematik*, 1850, p. 111), et à laquelle il a substitué la suivante :

$$\lambda = E + \operatorname{arc}\left[\operatorname{tang} = \frac{\sqrt{1 - C^2 + 2CD\cos l - (1 + D^2)\cos^2 l}}{D - C\cos l}\right],$$

qu'il a obtenue par une méthode plus laborieuse que celle que nous venons de suivre.