NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

GEORGES RITT

Théorèmes sur la développée de l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 412-413

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__412_1>

THÉORÈMES SUR LA DÉVELOPPÉE DE L'ELLIPSE;

PAR M. GEORGES RITT.

Soient

$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ l'équation d'une ellipse, axes rectangulaires;

DOD' l'axe de la développée, de même direction que l'axe a;

EOE' l'axe de la développée, de même direction que l'axe b.

1. La surface totale renfermée dans la développée de l'ellipse est égale aux $\frac{3}{8}$ d'un cercle dont le rayon est une moyenne proportionnelle entre les demi-axes OD, OE de la développée.

2. x_1, y_1 désignant les coordonnées du centre de gravité de la branche DE, on a

$$x_1 = \frac{3}{16}\frac{\pi}{2}\frac{a^5}{c(a^3 - b^3)},$$

$$y_1 = \frac{3}{16}\left[5\sqrt{2} + \log\left(1 + \sqrt{2}\right)\right]\frac{b^5}{c(a^3 - b^3)}.$$

3. x_2, y_2 étant les coordonnées du centre de gravité de la portion de surface DOE, comprise entre les axes et la branche DE,

$$x_2 = \frac{8.6.4.2}{7.5.3.1} \frac{\left(\frac{c^2}{a}\right)}{\frac{\pi}{2}},$$

$$y_2 = \frac{8.6.4.2}{7.5.3.1} \frac{\left(\frac{c^2}{b}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)};$$

et le centre de gravité se trouve sur le rayon vecteur issu du centre parallèlement à la corde ED′, qui est perpendiculaire à BA.

4. La surface du solide engendré par la révolution de DOE autour de l'axe OE est exprimée par

$$S_1 = \frac{3}{16}\pi^2 \frac{a^4}{bc};$$

et, autour de l'axe OD,

$$S_2 = \frac{3}{16} 2\pi \frac{b^4}{ac}\left[5\sqrt{2} + \log\left(1 + \sqrt{2}\right)\right].$$

Quant aux volumes, on a

$$v_1 = \frac{4.2.1}{7.5.3} 2\pi \frac{c^6}{a^2 b},$$

$$v_2 = \frac{4.2.1}{7.5.3} 2\pi \frac{c^6}{ab^2};$$

de sorte que

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{b}{a}.$$