

DIEU

Concours d'agrégation aux lycées, année 1849

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11
(1852), p. 340-343

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__340_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'AGRÉGATION AUX LYCÉES, ANNÉE 1849 ;

PAR M. DIEU,

Agrège, docteur es sciences.

COMPOSITION DE MÉCANIQUE (*).

Deux points matériels pesants s'attirent en raison directe des masses, et en raison inverse des carrés des distances ; ils ont des vitesses initiales parallèles et dirigées dans un même plan vertical : déterminer le mouvement de ces points dans le vide.

Il est d'abord évident qu'ils ne sortiront pas du plan vertical des vitesses initiales.

Soient :

m, m' les masses des deux points, et $m + m' = m_1$;

ν_0, ν'_0 les vitesses initiales de m et m' ;

G le centre de gravité de ces masses à un instant quelconque ;

(ν_0 sera positive, ν'_0 positive ou négative, selon qu'elle sera de même sens que ν_0 ou de sens opposé).

G se mouvra dans le plan des vitesses initiales comme un point matériel pesant et libre, qui partirait de la position initiale de G avec la vitesse

$$\frac{m\nu_0 + m'\nu'_0}{m_1}$$

parallèle à ν_0 (principe du mouvement du centre de gravité). Donc, G décrira une parabole si cette vitesse n'est pas nulle ou verticale, et une droite dans ces deux cas particuliers.

(*) La composition d'analyse de l'année 1849 se trouve à la page 66.

Pour reconnaître quels seront les mouvements de m et m' relativement à G , il faut : 1° imprimer d'abord à ces masses des vitesses égales et contraires à la vitesse initiale de G , de sorte que leurs vitesses initiales deviendront respectivement

$$\frac{m'}{m_1} (v_0 - v'_0), \quad - \frac{m}{m_1} (v_0 - v'_0);$$

2° leur appliquer à chaque instant une force accélératrice égale et contraire à la pesanteur qui ferait suivre à un point matériel libre le mouvement du point G (principes des mouvements relatifs). Or la force accélératrice ajoutée ainsi, détruisant l'effet de la pesanteur sur m et m' , les mouvements de ces masses par rapport au point G ne seront dus qu'à leurs vitesses initiales relatives, et à leur action mutuelle. Mais cette action donne pour m et m' des forces qui sont toujours en raison inverse des carrés des distances de ces points au point G ; car on a, d'après une loi connue,

$$r = \frac{m_1}{m'} \rho = \frac{m_1}{m} \rho',$$

r , ρ et ρ' désignant les distances (m, m') , (m, G) et (m', G) , de sorte que les forces appliquées à m et m' sont représentées par

$$\frac{m m' \mu}{m_1^2} \cdot \frac{1}{\rho'}, \quad \frac{m m' \mu}{m_1^2} \cdot \frac{1}{\rho'},$$

μ désignant l'action mutuelle rapportée à l'unité de masse et à l'unité de distance. Donc :

Les mouvements relatifs de m et m' autour de G s'effectueront, en général, sur des sections coniques à éléments constants, dont un foyer suivra le mouvement de G ; et ces coniques pourront, dans des cas particuliers, se réduire à des circonférences ou à des droites.

On a toujours

$$\rho' : \rho :: m : m';$$

donc :

Les trajectoires relatives de m et m' autour de G sont des lignes homothétiques, dont le point G est un centre d'homothétie inverse.

Il résulte de cette exposition que les formules connues donneront, à chaque instant, la position et la vitesse absolue de G , ainsi que la position et la vitesse de m et m' relativement à G . On trouvera la position absolue de m et m' par une addition de coordonnées, et la vitesse absolue de l'une ou de l'autre de ces masses, en prenant la résultante de la vitesse relative et de la vitesse absolue de G transportée à cette masse.

Si l'on applique le calcul à la question, on sera d'abord conduit aux conclusions qui précèdent. Nous ne donnerons pas cette application (il s'y présente, pour la détermination des constantes arbitraires, des choses analogues à celles qu'on trouve dans la solution du problème de Mécanique de l'année 1841, *Nouvelles Annales*, tome X, page 330), parce qu'elle n'offre pas beaucoup d'intérêt et qu'elle est fort longue, attendu qu'il faut considérer successivement un assez grand nombre d'hypothèses, quant aux circonstances initiales qui influent sur la nature des trajectoires et des mouvements de m et m' relatifs à G , et absolus.

Nous dirons seulement que les trajectoires absolues de m et m' , transcendantes dans tous les autres cas, sont algébriques dans celui où les trajectoires relatives sont des paraboles. Enfin, nous ferons remarquer que, si l'on avait

$$mv_0 + m'v'_0 = 0,$$

c'est-à-dire si les quantités initiales de mouvement de m

et m' étaient égales et de sens opposés, G ne bougerait pas, de telle sorte que les trajectoires absolues de m et m' ne seraient autres que leurs trajectoires relatives à G.
