NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Mélanges

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 311-313

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__311_1>

MÉLANGES.

1. Supposons une infinité d'hyperboles ayant un sommet réel et un sommet imaginaire en commun ; les lieux des centres et des autres sommets sont des circonférences ; le lieu des foyers est un limaçon de Pascal ; l'enveloppe des asymptotes se compose de deux points fixes, dont l'un est à l'infini ; c'est le sujet d'un écrit portant pour suscription : *Linvaner de Vipal* (*).

2. M. Aron Frank, élève de l'institution Coutant, énonce ce théorème :

Soit une ellipse fixe, et dans le même plan une ellipse variable ; cette dernière ligne est assujettie aux conditions suivantes : 1° elle passe par un point fixe ; 2° elle a tous ses systèmes de diamètres conjugués parallèles à ceux de l'ellipse fixe ; 3° en menant par le point fixe une sécante, le pôle de cette droite doit être le même par rapport à l'ellipse fixe et à l'ellipse variable : le lieu des centres de cette dernière ellipse est une conique.

(*) Question proposée au lycée Saint-Louis.

Le même élève démontre cette proposition :

Par un point quelconque de la directrice d'une conique, on mène une tangente au cercle décrit du foyer correspondant comme centre, et avec un rayon égal au rayon vecteur correspondant ; l'enveloppe de ces tangentes est un cercle ayant le foyer pour centre et le demi-paramètre principal pour rayon (*).

3. M. Regray-Belmy, élève de M. Prouhet, démontre cette proposition :

Un système de coniques semblables et semblablement placées (homothétiques), étant rencontrées par une droite parallèle à un axe principal, les normales menées respectivement par les points d'intersection se rencontrent en un même point situé sur le second axe principal. Ce point est le foyer de la conique homothétique qui a la sécante pour directrice. C'est un cas particulier de ce théorème général :

Soit $a^m P_m + a^{m-1} P_{m-1} + \ldots a P_1 + P_0 = 0$ l'équation d'une surface algébrique de degré m ; P_r est l'ensemble de termes de degré r ; en donnant au multiplicateur variable a toutes les valeurs comprises entre $+\infty$ et $-\infty$, on obtient le système d'une infinité de surfaces homothétiques. Toute fonction des coefficients où a n'entre pas a la même valeur pour toutes les surfaces ; toute fonction des coefficients et de la seule variable z, et où a n'entre pas, a la même valeur pour tous les points d'intersection du système par un plan parallèle au plan des yz ; toute fonction des coefficients et des deux variables x, y, et indépendante de a, reste la même pour tous les points où une parallèle à l'axe des z rencontre le système.

(*) Cet élève, d'une excellente moralite, n'a pas ete *admis* a concourir pour l'admission à l'École Normale ; *vu* son *prénom*, ainsi que d'autres de la même categorie (*O mores!*).

4. Théorème de Lambert. Si la fonction $f(x)$ a un diviseur rationnel de la forme $a+bx^2+cx^4+dx^6+\ldots$, on trouvera ce diviseur en cherchant le plus grand commun diviseur à deux polynômes, dont l'un renferme tous les termes de degré pair de $f(x)$, l'autre tous les termes de degré impair; théorème analogue pour le cas où le diviseur rationnel serait de la forme $a+bx^3-cx^6+dx^9$. (*Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1763.)

5. Théorème de Leibnitz. Dans tout système de numération, si l'on écrit au-dessous les unes des autres les puissances semblables des nombres 1, 2, 3, 4, . . ., les mêmes chiffres se reproduisent périodiquement dans chaque colonne. (*Correspondance avec Hermann*, *année* 1757.)