Nouvelles annales de mathématiques

Bardin

Géométrie descriptive. Exécution des épures (extrait d'une lettre à M. Terquem)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 268-273

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__268_1>

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE. — EXÉCUTION DES ÉPURES

(Extrait d'une Lettre à M. Terquem);

PAR M. BARDIN.

Depuis quelque temps, mon cher collègue, j'ai de nombreux rapports avec des candidats aux prochains concours. Je trouve ces jeunes gens généralement bien préparés sur les méthodes générales; mais pour ce qui regarde l'exécution des épures, ils sont sans industrie graphique. Aussi le plus petit incident les embarrasse-t-il. Or cette industrie leur est nécessaire aujourd'hui que, renonçant à reproduire les épures gravées des auteurs, ils se livrent à l'imprévu des solutions entreprises sur des données choisies par eux, et pas toujours heureusement choisies; donc je crois faire une chose utile en vous communiquant quelques-uns de ces petits moyens qui me paraissent ignorés.

Dans le choix des données et dans leurs constructions, les élèves font un usage exclusif de la représentation des plans par leurs traces. Quoi de plus incommode, cependant, que ces lignes qui tombent presque toujours en dehors du cadre de leurs épures, et qui allongent les opérations! Dès 1826, aux leçons des cours industriels de Metz, je remplaçais les traces par deux droites se coupant et respectivement parallèles aux traces; de sorte qu'un plan était donné par l'angle (HAV—H'A'V'), (AH—A'H') étant une parallèle au plan horizontal, (AV—A'V') une parallèle au plan vertical, et (A—A') leur point de rencontre. Ces deux lignes remarquables, qui représentent si bien le plan, je les nommais l'*horiligne* et la *vertiligne* (*) du point A de ce plan, croyant avoir satisfait aux lois de l'euphonie et de l'étymologie. Si ces deux noms vous paraissent bien constitués et viables, aidez-les à faire leur chemin dans l'enseignement, où ils éviteraient la redite fastidieuse de ces deux longues désignations : *la parallèle au plan horizontal* et *la parallèle au plan vertical* (**). Rien de plus facile, d'ailleurs, que de passer de la représentation par les traces à tout autre mode de représentation, soit par

(*) Dans le système des projections rectangulaires, il passe par tout point A d'un plan quatre droites remarquables : une *parallèle au plan horizontal* et une *parallèle au plan vertical*, qui definissent ensemble le plan donné, un des plans en nombre infini qu'on peut imaginer par le point A; une *droite de plus grande inclinaison sur le plan horizontal* et une *droite de plus grande inclinaison sur le plan vertical*, dont une seule suffit pour définir le même plan.

(**) Accepteriez-vous le nom de *diaplane* que je donnais à la *droite d'intersection de deux plans?* Vous aimez peu les neologues, je le sais un triangle ou par toute autre figure plane, soit par l'horiligne et la vertiligne, soit par une trace et une inclinaison, soit par la droite de plus grande inclinaison sur l'un des plans de projection, etc.

Revenant aux traces, je m'étonne de ne pas trouver les élèves plus exercés à déplacer les plans de projection, par exemple à relever le plan horizontal et à rapprocher le plan vertical, comme le besoin s'en fait fréquemment sentir, notamment pour ramener dans le cadre des épures les constructions qui s'en échappent; et à faire des *projections auxiliaires,* qui donnent de si élégantes simplifications, ou tout au moins des vérifications promptes à réaliser. L'énoncé suivant, dans lequel se résume presque tout le chapitre de la ligne droite et du plan, en offre un exemple : « Construire les projections d'une pyramide tronquée dont la position et les dimensions sont déterminées, et en calculer le volume. »

Après avoir construit les projections d'un polygone égal en vraie grandeur à la base de la pyramide; après avoir élevé au plan de ce polygone une perpendiculaire égale à la vraie hauteur de la pyramide, et en avoir déduit immédiatement les projections de ce corps, il faut tronquer ce même corps par un plan donné de position, le tronquer, je suppose, par un plan perpendiculaire à l'une des arêtes latérales, et distant du sommet d'un certain nombre de centimètres, plus ou moins, selon la grandeur de la pyramide. C'est cette dernière opération qu'on simplifie beaucoup en ayant recours à une troisième projection sur un plan perpendiculaire à une horiligne du plan de troncquement, ou, si la place manque pour le rabattement de cette projection, sur un plan perpendiculaire à une vertiligne; projections dans chacune desquelles la face de troncature se réduit évidemment à une droite, particularité d'où naît précisément la simplification énoncée, qui est de plus un procédé général. On le trouve recommandé dans la section plane d'un cylindre.

Qu'on substitue à la pyramide un prisme, et la série des opérations précédentes reste; le résultat est un prisme tronqué.

Il est un autre procédé de tronquement aussi facile à exécuter, en quelque sorte, qu'à concevoir. Soit à tronquer une pyramide quadrangulaire S.ABCD dont les projections font connaître les deux plans diagonaux ASC, BSD, et leur droite d'intersection SO : trois points *a*, *b*, *c* étant pris à volonté sur les trois arêtes SA, SB, SC, on en déduit immédiatement : 1° une diagonale *ac* de la face cherchée et sa rencontre *o* avec SO; 2° la seconde diagonale *bo* qui coupe la quatrième arête SD au point *d* où cette arête va rencontrer le plan des trois points *a*, *b*, *c*, et achever le tronquement. Si la pyramide donnée était pentagonale, on la décomposerait en deux autres, l'une quadrangulaire et l'autre triangulaire, etc. Ce procédé, qui s'applique aux prismes comme aux pyramides, et, par suite, aux cônes et aux cylindres, fournit le moyen de construire avec une extrême promptitude les projections d'un polyèdre quelconque, en partant d'un prisme ou d'une pyramide, et de se donner dans l'espace une section conique, en l'appuyant sur la surface d'un cône droit ou oblique.

De peur de m'étendre trop, j'en resterai là d'un sujet auquel j'ai à peine touché, et je donnerai l'énoncé de ce que l'on pourrait appeler une *épure générale;* épure qui doit être faite par plusieurs élèves traitant en commun une même question générale. Reprenant l'énoncé précédent, pour assujettir le polygone de la base à la condition d'occuper sur le plan donné une position telle, que l'un de ses côtés fasse un angle déterminé avec le plan horizontal de projection, et supposant construites les projections de la pyramide, je demande :

1°. De développer la surface du solide polyédral, et, à l'aide du développement convenablement découpé et plié, d'exécuter en relief ce solide. — On s'assure, par cette facile stéréotomie en papier, que le corps obtenu est exact, c'est-à-dire que sa surface *se ferme* sous le nombre déterminé de ses faces.

2°. De construire, en se servant du développement, l'angle qui mesure l'inclinaison de deux faces contiguës. — On a alors les données nécessaires pour expliquer comment ce corps peut être exécuté, non plus par sa surface, mais en une matière solide, et pour faire comprendre en peu de mots le triple objet de la géométrie descriptive, qui est de concevoir par la pensée une forme définie, de la représenter à l'aide des procédés du dessin des projections, et de l'exécuter en relief. Les élèves, s'ils étaient convaincus de bonne heure de l'utilité et même de l'importance du dessin des projections, se livreraient avec plus d'intérêt aux exercices de cet art.

3°. De mesurer la plus courte distance qui sépare deux arêtes non situées dans un même plan.

4°. De faire subir au solide pyramidal quelques mouvements géométriques simples, par exemple un mouvement de transport parallèle, ou bien un mouvement de rotation autour d'un axe horizontal, vertical ou quelconque, etc.

5°. De supposer le corps éclairé par des rayons parallèles ou par un centre lumineux rayonnant, et de déterminer géométriquement les parties de la surface et des plans de projection qui sont privées de lumière.

6°. De déduire du plan et de l'élévation du corps ainsi éclairé, une projection concourante ou perspective dont le plan de projection et le point de concours sont donnés, etc.

On pourrait demander que la pyramide fût appuyée sous le plan donné au lieu de l'être au-dessus, ou bien encore qu'elle fût creusée dans le plan, comme elle le serait sur une des faces d'un solide polyédral. Toutes les opérations resteraient les mêmes ; le résultat seul se présenterait différemment. Ce qui précède suffit pour montrer quelle variété sans bornes, pour ainsi dire, on rencontre dans les questions qui fournissent des sujets aux épures de la géométrie descriptive.

Les sections planes du cône du second ordre, qu'on peut réunir sur une même feuille, sans confusion dans le résultat et sans complication dans le travail graphique, offrent l'exemple d'une *épure générale* facile à faire par un même élève. Il en existe beaucoup d'autres.

Note. Les principes de la stéréotomie des polyèdres sont très-clairement exposés dans les *Leçons nouvelles de Géométrie descriptive* que vient de publier M. le professeur A. Amiot. Cet ouvrage est rédigé dans le même esprit que la *Géométrie* du même auteur, dans un très-bon esprit. Des changements opportuns dans les plans de projection sont indiqués avec soin ; ces changements sont la base des épures de la charpente ; on y rencontre aussi ce qu'il est nécessaire de savoir sur les contacts et les intersections des surfaces pour exécuter avec intelligence les épures de la coupe des pierres. La marche est didactique et les raisonnements visent à la rigueur. C'est le cachet des professeurs universitaires. Puissent-ils le conserver ! *Odi profanum vulgus et arceo*, telle doit être la devise de l'Université. Il s'agit de repousser la vulgarité des idées, les quasi-raisonnements, qui énervent et faussent la raison. La logique *utilitaire* est aussi funeste, dans l'enseignement classique, que la morale *utilitaire* dans l'éducation publique et privée. Ce n'est ni cette logique ni cette morale que professe le vertueux recteur de l'ancienne Université, dans son *Traité des Études*.
