ABEL TRANSON

Sur le calcul des logarithmes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 10 (1851), p. 71-73

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__71_1>

SUR LE CALCUL DES LOGARITHMES;

PAR M. ABEL TRANSON.

Les nouveaux programmes pour l'admission à l'Ecole Polytechnique demandent le « calcul des logarithmes au » moyen de la série qui donne le logarithme de $n+1$, » quand on connaît celui de n. »

Il s'agit de la formule

$$(1)\quad L(n+1)-Ln=2\left[\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{3(2n+1)^3}+\frac{1}{5(2n+1)^5}+\ldots\right],$$

dans laquelle L n est le logarithme népérien de n.

Euler, dans l'*Introduc. in Anal. Infinit.*, donne les résultats de l'application de cette formule aux logarithmes hyperboliques des premiers nombres jusqu'à 10; mais, pour le calcul de L 7, il indique une modification remarquable qui consiste à calculer

$$L\,50-L\,49=2\left[\frac{1}{99}+\frac{1}{3(99)^3}+\ldots\right].$$

La série qui forme le second membre étant égale à

$$L\,2 + 2\,L\,5 - 2\,L\,7,$$

il s'ensuit la détermination du logarithme de 7 en fonction des logarithmes de 2 et 5, et d'une série beaucoup plus convergente que celle qui résulterait de la simple application de la formule (1).

Thomas Lavernède, dans les *Annales* de M. Gergonne, tome I, a recherché les moyens les plus avantageux de construire une Table de logarithmes. Parmi les formules très-curieuses que renferme son Mémoire, on peut distinguer la suivante, qui se démontre séparément et avec beaucoup de facilité.

Soit p un nombre premier. Au lieu d'appliquer immédiatement au calcul de Lp la formule (1), on l'applique au calcul du logarithme de p^2, et il en résulte cette nouvelle formule :

$$(2)\quad 2\,Lp - L(p^2-1) = 2\left[\frac{1}{2p^2-1} + \frac{1}{3(2p^2-1)^3} + \dots\right].$$

Or il faut observer que, p étant un nombre premier, tous les facteurs premiers de $p^2 - 1$ sont inférieurs à p; de sorte que le logarithme de p se trouve exprimé à l'aide de logarithmes antérieurement calculés et d'une série bien plus convergente que celle de la formule (1).

La formule employée par Euler pour calculer $L\,7$ revient à

$$(3)\quad L(p^2+1) - 2\,Lp = 2\left[\frac{1}{2p^2+1} + \frac{1}{3(2p^2+1)^3} + \dots\right],$$

qui, à la vérité, est plus avantageuse que la formule (2), mais qui n'est pas toujours applicable, parce que les facteurs premiers de p^2+1 peuvent être supérieurs à p.

Note. Les nouveaux programmes ordonnent de vérifier l'exactitude des Tables logarithmiques, à l'aide des *parties proportionnelles*. Plusieurs personnes m'ont demandé ce que cela voulait dire. Je n'en sais rien. Voici mes conjectures. Il s'agit probablement de calculer les logarithmes au moyen de la Table des différences. On trouve un exemple de ce genre de calculs dans le texte qui précède les *Tables de Callet*, tome I, p. 35.

On m'a encore demandé pourquoi (*) on laisse subsister la discussion de cas douteux dans la trigonométrie rectiligne, et pourquoi on la supprime dans la trigonométrie sphérique. Je n'en sais rien. Voici mes conjectures. La trigonométrie rectiligne est employée par les arpenteurs, et il n'y avait pas d'arpenteurs de profession dans la Commission d'organisation; la trigonométrie sphérique est employée surtout par les astronomes, et il y avait un astronome de cabinet dans la Commission d'organisation. En général, ceux qui dominent aujourd'hui l'enseignement par ordonnance militaire, les Leibnitz de par le droit du plus fort, droit toujours le meilleur, auraient dû signifier leurs volontés d'une manière plus claire. Par exemple, j'ai mis plus de dix minutes à deviner le sens du conseil qu'ils veulent bien donner aux professeurs de l'Université de France, pour bien faire la *division* en arithmétique. Le conseil étant compris, *salva reverentia,* je le trouve assez mauvais. Il consiste, pour vérifier un chiffre du quotient, à multiplier tout le diviseur par ce chiffre, et à comparer le produit avec le dividende partiel; c'est l'ancienne méthode. Aujourd'hui, les elèves des lycees de Paris, pour opérer cette vérification, divisent le dividende partiel par le chiffre du quotient, et comparent le résultat avec le diviseur, ce qui est beaucoup plus expéditif. Étant sur le chapitre des conseils, on voudra bien me permettre d'en donner un seul qui me paraît très-opportun. Dans la composition des futures Commissions *à programmes,* on devrait admettre quelques élèves. Je m'assure que les derniers programmes auraient beaucoup gagné à cette admission.

O. TERQUEM.