LAMÉ

Discours prononcé dans la séance d'ouverture du cours de calcul des probabilités, à la faculté des sciences, le 23 novembre 1850

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 10 (1851), p. 5-14

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__5_0>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

DISCOURS

Prononcé dans la séance d'ouverture du Cours de Calcul des Probabilités, à la Faculté des Sciences, le 23 novembre 1850;

PAR M. LAMÉ,
Membre de l'Institut.

Avant de commencer le cours dont je suis chargé, j'ai besoin d'entrer dans quelques détails préliminaires, pour expliquer le rôle qui me paraît destiné au calcul des probabilités, dans l'enseignement fait à la Faculté des Sciences.

Le faisceau des sciences exactes, des mathématiques en général, comprend des parties plus voisines des applications, qui forment, pour ainsi dire, leur laboratoire d'essais. C'est là que les théories naissent, se complètent et se perfectionnent; que les procédés, les instruments dont le géomètre dispose, sont façonnés, et en quelque sorte aiguisés, pour les rendre propres à résoudre des questions qui intéressent les sciences d'observation, la pratique industrielle, et la société en général.

Voilà ce qu'ont de commun les deux sciences auxquelles on a donné les noms de *physique mathématique*, et de *calcul des probabilités*. La première s'occupe spécialement des applications qui concernent la nature inorganique, et dont le caractère principal est la continuité; ce qui réduit le plus souvent son travail à rechercher certaines fonctions continues, qui vérifient des conditions données par des équations différentielles; c'est-à-dire à résoudre des problèmes de par calcul intégral.

La seconde science, appelée *calcul des probabilités*, ne se borne pas aux faits physiques : elle étudie et compare les nombres donnés par l'expérience, par l'observation, accumulés par toutes les statistiques. Elle déduit de cette étude, et de cette comparaison, non l'explication, ou la succession nécessaire et indéfinie des phénomènes, mais seulement les limites entre lesquelles se trouveront, le plus probablement, les phénomènes à venir. Ses données et ses résultats sont presque toujours discontinus; et ce n'est que par approximation qu'ils peuvent revêtir la forme des fonctions continues. Ses conditions sont plus souvent exprimées par des inégalités que par des équations. Le calcul infinitésimal ne lui est pas précisément applicable; c'est plutôt le calcul direct et inverse des différences finies. En réalité, son arme naturelle est la théorie des combinaisons, mais beaucoup plus étendue, plus générale, que dans l'algèbre ordinaire.

Les grandes découvertes les plus récentes des sciences exactes, les progrès réels qu'elles ont faits dans ce siècle, se rapportent presque exclusivement à la physique mathématique, et au calcul des probabilités. (Car la théorie des transcendantes elliptiques, elle-même, peut être considérée comme un appendice au calcul intégral, que réclamaient la mécanique rationnelle, et les autres applications de l'analyse à la physique.) Sur ces deux sciences sont venus se concentrer les efforts de nos plus illustres géomètres. C'est surtout en les étudiant, qu'une personne, attirée vers les mathématiques, perfectionnera ses facultés spéciales, et parviendra à les utiliser.

Sous ce point de vue, les deux sciences dont il s'agit ont des qualités différentes : la physique mathématique, plus difficile peut-être, donne plus immédiatement des applications nouvelles, quand on est parvenu à la faire avancer sur quelque point. Mais le calcul des probabilités exerce plus efficacement l'esprit de recherches, par la variété des questions qu'il se propose, et celle des solutions qu'il trouve, par l'absence même d'une méthode générale, qui puisse s'adapter à tous les sujets. Cette variété et cette lacune tiennent constamment en haleine l'attention, la perspicacité du géomètre, le forcent à passer en revue toutes ses ressources, à essayer tous ses moyens d'action; lutte incessante, qui le familiarise avec les difficultés de l'analyse, et le rend plus capable que tout autre de les surmonter.

Les caractères que je viens de signaler justifient pleinement l'introduction d'un cours de calcul des probabilités dans l'enseignement de nos Facultés. Rien ne fait mieux comprendre l'esprit, le but, la liaison des différentes parties des mathématiques, que d'étudier une science où tous leurs procédés sont successivement mis en jeu, pour obtenir les solutions d'une multitude de problèmes nouveaux, très-variés, qu'il serait difficile de ramener à un petit nombre de types.

Les autres cours de mathématiques, par leur régularité, leur permanence, par les méthodes générales qui les constituent, montrent en quoi consistent les anciennes applications de l'analyse, et comment les géomètres sont parvenus à vaincre les difficultés qu'elles présentaient. Mais, à moins de se transformer, et de se lancer dans la physique mathématique, ces cours classiques, réunis sous la singulière dénomination de mathématiques *pures,* ne donnent tout au plus que des indications vagues, sur la marche qu'il faudrait suivre pour aborder de nouvelles applications. Ils constatent, énumèrent, perfectionnent les travaux du passé ; ils ne s'occupent pas des travaux à venir.

Les savants qui les ont exclusivement étudiés, et qui sont animés du goût des recherches, ou ne trouvent plus qu'à glaner sur ce terrain des anciennes découvertes, ou bien consument leurs efforts à s'ouvrir une route dans une direction stérile, en quête de quelque théorie, qui n'a en vue aucune application, et qui ne sera peut-être jamais d'aucune utilité. Au contraire, qu'ils étudient, en outre, les deux sciences que j'ai définies, encore incomplètes, où il y a tant à faire, dans lesquelles les explorations commencées signalent tant d'activité, d'originalité, de vues nouvelles ; ils seront là sur un terrain presque neuf, où la place ne leur manquera pas, où les applications se présentent d'elles-mêmes, d'où parfois peu de travail fait surgir une découverte utile. Et s'ils retournent aux anciennes théories, pour les étendre et les perfectionner, ils sauront dans quelle direction il convient d'agir, quels genres de progrès réclament les nouvelles applications.

Malgré tant d'avantages incontestables, l'existence de ces cours nouveaux, imparfaitement définis, est souvent remise en question. Mais, supposons que l'on supprime, dans l'enseignement des Facultés, tout cours de mathématique qui n'est pas classique, qui s'occupe d'une science inachevée ; qu'on le remplace par un cours appelé *pratique,* sur un genre d'application dont les limites restreintes sont atteintes depuis longtemps, tel que serait, par exemple, un cours de géométrie descriptive ; qu'on se borne à enseigner comment l'analyse et la géométrie se sont tirées d'affaire dans tous les problèmes depuis longtemps résolus. pour toutes les applications usuelles ; on satisfera sans doute à l'un des besoins de la pratique, mais d'une manière permanente, stationnaire, rétrograde peut-être.

Car, si une nouvelle application surgit, si quelque problème imprévu se présente dans une ancienne application, rien dans l'enseignement ne répondra à ce nouvel appel fait à la science; nos praticiens classiques, qui savaient si bien se servir des instruments qu'on leur a mis en main, les trouveront muets, inutiles, encombrants même dans cette occurrence nouvelle; ils seront incapables de s'en forger d'autres. Et, si la difficulté est vaincue, ce sera par quelque voyageur étranger qui, ayant quitté les routes battues pour séjourner quelque temps sur le terrain des sciences d'exploration, y aura appris comment les obstacles se surmontent.

D'ailleurs les cours qui embrassent quelque grande application, qui s'y renferment scrupuleusement pour la compléter ou la simplifier, ont une place naturelle autre part qu'à la Faculté des Sciences : destinés à perpétuer certaines découvertes scientifiques, ils sont enseignés, avec tous les développements qu'ils peuvent comporter, dans les amphithéâtres du Conservatoire des Arts et Métiers. Mais vouloir les substituer à des cours qui, souvent, indiquent comment les découvertes se sont faites, se font et se pourront faire, quelles ressources a la science quand elle aborde des questions nouvelles, quels instruments il faut créer ou perfectionner pour parvenir à des solutions; c'est fermer la porte à tout progrès scientifique; c'est, en quelque sorte, emprisonner l'industrie humaine, la contraindre à se contenter des récoltes faites, et l'empêcher de semer pour en obtenir de nouvelles.

Si l'on considère les cours de la Faculté comme plus spécialement destinés à fortifier, à compléter les études faites par les personnes qui se vouent à l'enseignement, il est aisé de reconnaître, dans ce but, l'utilité du cours qui nous occupe.

Il est un principe évident, quoique souvent méconnu, c'est que, pour enseigner avec fruit une science exacte, il faut au moins savoir la science voisine. Ainsi, nul ne sera bon professeur d'arithmétique s'il ne sait au moins l'algèbre, de géométrie s'il ne connaît l'analyse appliquée, de statique s'il ne sait la dynamique, d'algèbre s'il n'a pas étudié le calcul infinitésimal. Et, dans ces sciences particulières, se trouvent des chapitres importants et étendus qui ne peuvent être bien compris, et conséquemment bien enseignés, que par des personnes qui connaissent certaines sciences, en général peu cultivées.

Ainsi, la divisibilité, les théories des facteurs, des carrés, des cubes, en arithmétique; l'analyse indéterminée et les fractions continues, en algèbre, et même l'inscription des polygones, en géométrie, sont bien mieux saisies par ceux qui savent la *théorie des nombres*. Ainsi, dans le calcul infinitésimal, le choix et l'utilité des transcendantes et des intégrales définies. les méthodes et les procédés du calcul aux différences partielles, ne peuvent être complétement enseignés que par une personne qui connaît la physique mathématique. Enfin, la théorie des combinaisons, celle des factorielles, le développement des puissances des polynômes, les propriétés des produits d'un nombre indéfini de facteurs, les théories des approximations, des limites d'erreur, et même des séries, le calcul aux différences finies, tant direct qu'inverse, sont présentés d'une manière plus complète par un professeur qui connaît le calcul des probabilités.

Il est un dernier point de vue sous lequel on doit envisager l'utilité que le professorat peut tirer de l'étude des sciences d'exploration. Pour le bien définir, je vais aborder, en passant, une question dont on comprendra facilement toute l'actualité.

Depuis longtemps, les personnes qui s'occupent exclusivement de la pratique, font, à celles qui se vouent à l'enseignement des sciences, le reproche de développer trop de théories; celles-ci répondent que l'on méconnaîtrait le but élevé de l'enseignement, en le réduisant aux règles et aux formules actuellement utilisables. Sujet de discussion qui menace d'être éternel, entre gens que leurs intérêts, leurs connaissances exclusives et restreintes, mettent en opposition constante.

J'ai des amis des deux parts; j'ai vécu et servi dans les deux camps; souvent renié par l'un et par l'autre, lorsque j'essayais de combattre des reproches immérités, ou au moins exagérés, et d'opérer une fusion peut-être impossible. Je pense donc être en mesure d'éclairer cette question, et de la réduire à sa juste valeur.

On ne saurait trop le répéter, l'étude des sciences exactes a pour utilité principale et première, de faire naître, d'exercer, de perfectionner *le raisonnement;* d'assurer en quelque sorte son infaillibilité, en l'appliquant constamment, et pendant de longues années, à des sujets qui sont à l'abri de toute controverse. Une personne, bien et longtemps nourrie par cette étude, pourra oublier successivement les premiers instruments de cette gymnastique prolongée (comme nous avons tous oublié nos premiers sujets de lecture), mais elle conservera toujours la facilité de raisonner juste, c'est-à-dire de déduire vite et sûrement les conséquences d'un principe posé. Quant à l'art de bien choisir les principes qui servent de base au raisonnement, les sciences exactes ne l'exercent pas; il faut avoir recours à d'autres études, à celles des sciences physiques, par exemple, qui complètent ce qu'on peut appeler l'éducation de la logique.

C'est cette utilité principale de l'étude des sciences exactes qui forme le but le plus élevé et le plus général de leur enseignement. L'utilité spéciale de chacune de ces sciences, son application directe, sa pratique enfin, ne peuvent venir qu'en seconde ligne, car elles exigent impérieusement que la condition première soit pleinement satisfaite.

Ainsi, d'abord des écoles générales, où l'enseignement des sciences évitera de s'étendre sur les applications, afin de conserver, de diriger tous ses efforts vers le but principal que je viens de définir, plus difficile à atteindre qu'on ne le suppose généralement. Puis des écoles d'application spéciales, où les sciences exactes seront considérées sous le point de vue de la pratique. Sans cette séparation bien nettement établie, on n'obtiendra jamais que des résultats incomplets. Les deux systèmes existent actuellement; qu'on les examine, qu'on en compare les produits, sans prévention aucune, avec une complète impartialité, et je ne doute pas que l'on ne reconnaisse la supériorité des doubles écoles.

Mais s'il convient que, dans les écoles générales, l'enseignement s'occupe principalement des théories scientifiques, il importe aussi, tant pour bien faire saisir toute la portée de ces théories elles-mêmes, que pour préparer aux cours des écoles spéciales, d'indiquer les applications, de les esquisser en quelque sorte, d'établir surtout les principes généraux qui leur servent de base; principes qu'il serait difficile de saisir, de dégager, s'ils étaient, dès l'abord, accompagnés de détails trop minutieux.

C'est pour se mettre en état de traiter convenablement cette partie de leur travail, que les personnes vouées à l'enseignement des mathématiques doivent étudier les deux sciences d'exploration que j'ai citées. Là se trouvent recueillis et coordonnés les travaux des géomètres sur tous les genres d'application que l'analyse a pu aborder. Ces travaux sont sans doute incomplets; beaucoup même ne sont qu'amorcés; mais ils indiquent les points où la science s'arrête aujourd'hui, et quels progrès elle doit faire.

Il ne peut appartenir qu'aux professeurs des écoles spéciales, praticiens distingués dans leur art, de suppléer aux lacunes actuelles d'une analyse rigoureuse, par des formules empiriques qu'ils reconnaissent comme suffisantes pour la pratique. Si, sous prétexte de rendre plus complètes les études préliminaires des écoles générales par rapport aux applications, on introduit ces formules empiriques dans les cours de théorie, on détruira d'un côté ce que l'on aura fait de l'autre, car la rigueur du raisonnement en sera relâchée. L'élève verra beaucoup trop tôt qu'en fait de sciences, on peut se contenter d'à peu près; il en conclura que, chercher mieux, serait se donner des peines inutiles, et les progrès des sciences exactes ne tarderont pas à s'arrêter.

Pour éviter cette décadence imminente, il importe de préserver au moins la Faculté des Sciences de l'envahissement, de la tendance exagérée et exclusive des cours appelés pratiques. Que les sciences exactes continuent à y développer leurs théories, complétées par l'indication des applications actuelles et futures, mais en s'arrêtant où cesse la rigueur mathématique. Que les travaux des géomètres sur les nouvelles applications y composent des cours, nécessairement imparfaits, mais où l'esprit de recherches trouve aliment et excitation.

Je m'arrête à ce vœu, et je conclus, des différents points que j'ai traités, que le calcul des probabilités doit être enseigné ici, comme un complément indispensable et utile aux autres cours de mathématiques; comme présentant, par la nature et la variété de ses problèmes et de leurs solutions, une sorte de résumé de toutes les ressources de l'analyse; comme mettant sur la voie de plusieurs applications, constatant la nécessité de certaines théories, indiquant les progrès qu'elles doivent faire. . . . . . .