Nouvelles annales de mathématiques

Questions de trigonométrie ; d'après M. Gauss

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 10 (1851), p. 363-364

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__363_1>

QUESTIONS DE TRIGONOMÉTRIE;

D'APRÈS M. GAUSS (*).

Soient

$$\alpha^2 = 1 + \frac{e^2 \cos^4 P}{1 - e^2},$$

$$\alpha \sin Q = \sin P,$$

$$A = \frac{a \cos P}{\alpha \cos Q \sqrt{1 - e^2 \sin^2 P}},$$

$$K = \frac{\tang^{\alpha}\left(45^\circ + \frac{1}{2} P\right)}{\tang\left(45^\circ + \frac{1}{2} Q\right)} \left(\frac{1 - e \sin P}{1 + e \sin P}\right)^{\frac{1}{2}\alpha e}:$$

faisant

$$\sin \varphi = e,$$

$$\tang \zeta = \tang \varphi \cos^2 P,$$

$$\tang \eta = \sin \zeta \tang P,$$

$$\sin \theta = e \sin P,$$

(*) *Untersuchungen uber gegenstande der hohern geodesic :* Recherches sur des objets de la geodesie supérieure. Gottingue, 1844; in-4° de 45 pages. (Extrait du second tome des *Mémoires de l'Académie de Gottingue.*) L'illustre auteur promet une suite de Mémoires sur le même sujet; un second Mémoire a paru en 1847.

on aura

$$\alpha = \frac{1}{\cos\zeta},$$
$$\sin Q = \cos\zeta \sin P,$$
$$\cos\eta \cos Q = \cos P,$$
$$\sin\eta = \operatorname{tang}\zeta \operatorname{tang} Q,$$
$$\operatorname{tang}\frac{1}{2}(P - Q) = \operatorname{tang}\frac{1}{2}\zeta \operatorname{tang}\frac{1}{2}\eta,$$
$$\sin(2\zeta - \varphi) = e \cos 2Q,$$
$$\cos\varphi = \cos\zeta \cos\eta \cos\theta,$$
$$A = \frac{a \cos\varphi}{1 - e^2 \sin^2 P},$$
$$K = \frac{\operatorname{tang}^{\alpha}\left(45^\circ + \frac{1}{2}P\right)}{\operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{1}{2}Q\right) \operatorname{tang}^{\alpha e}\left(45^\circ + \frac{1}{2}\theta\right)}.$$

Calcul numérique.

$$\text{données} \left\{ \begin{aligned} \log a &= 6,5148235337 \\ \log e &= 8,9122052097 \\ Q &= 52^\circ 40' 0'' \end{aligned} \right\} \text{logarithmes hyperboliques;}$$

d'où

$$\begin{aligned} \varphi &= 4^\circ 41'\ 9'',98262, \\ P &= 52^\circ 42'\ 2'',53251, \\ \zeta &= 1^\circ 43' 26'',80402, \\ \eta &= 2^\circ 15' 42'',34083, \\ \log\alpha &= 0,0001966553, \\ \theta &= 3^\circ 43' 34'',24669, \\ \log A &= 6,5152074703, \\ \log\frac{1}{K} &= 0,0016708804. \end{aligned}$$

Observation. 52° 40′ est environ la latitude du parallèle moyen qui traverse le royaume de Hanovre, dont la carte a été levée par l'illustre directeur de l'observatoire de Gottingue.