NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Exercice numérique sur les équations du premier degré ; logarithmes de Gauss

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 10 (1851), p. 359-361
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__359_0>

EXERCICE NUMÉRIQUE SUR LES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ; LOGARITHMES DE GAUSS.

Soient les quatre équations :

$$124944,66 = 0,0382025\alpha - 0,00655533\beta - 0,0718334\gamma + 0,0565703\delta,$$
$$152292,21 = 0,0465752\alpha - 0,00407850\beta - 0,0915866\gamma + 0,0362259\delta,$$
$$168846,94 = 0,0517211\alpha + 0,00054720\beta - 0,1032346\gamma - 0,0049063\delta,$$
$$105498,00 = 0,0323338\alpha + 0,00305495\beta - 0,0634685\gamma - 0,0271300\delta;$$

d'où

$$3270589 = \alpha - 0,171594\beta - 1,880334\gamma + 1,480800\delta,$$
$$3269812 = \alpha - 0,087568\beta - 1,966467\gamma + 0,777743\delta,$$
$$3264566 = \alpha + 0,010580\beta - 1,995987\gamma - 0,094861\delta,$$
$$3262771 = \alpha + 0,094481\beta - 1,962910\gamma - 0,839084\delta;$$

$$777 = -0,084026\beta + 0,086133\gamma + 0,703007\delta,$$
$$6023 = -0,182174\beta + 0,115653\gamma + 1,575661\delta,$$
$$78018 = -0,266075\beta + 0,082576\gamma + 2,319884\delta;$$

$$9247,1 = -\beta + 1,022717\gamma + 8,36654\delta,$$
$$33061,8 = -\beta + 0,634849\gamma + 8,64924\delta,$$
$$29382,7 = -\beta + 0,310349\gamma + 8,71905\delta;$$

$$23814,7 = -0,387868\gamma + 0,28270\delta,$$
$$3679,1 = +0,324501\gamma - 0,06984\delta;$$

$$61399 = -\gamma + 0,728856\delta,$$
$$11338 = +\gamma - 0,215131\delta;$$

$$72737 = +0,513725\delta;$$

$$\delta = 141587,4,\quad \gamma = 41798,\quad \beta = 1218098,\quad \alpha = 3348538.$$

(Extrait de l'ouvrage : *Base du système métrique décimal, etc.;* tome III, page 93. 1810.)

C'est surtout ce genre de calcul que les logarithmes de Gauss abrègent considérablement.

Prenons pour exemple les deux équations

$$ax + by = c,$$
$$a'x + b'y = c';$$

on en tire successivement

$$x + \frac{b}{a}y = \frac{c}{a},$$
$$x + \frac{b'}{a'}y = \frac{c'}{a'},$$
$$y\left(\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'}\right) = \frac{c}{a} - \frac{c'}{a'},$$
$$y = \frac{\frac{c}{a} - \frac{c'}{a'}}{\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'}}.$$

Employant les logarithmes, il faut chercher les six logarithmes $\log a$, $\log b$, $\log c$, $\log a'$, $\log b'$, $\log c'$; de là on déduit

$$\log\frac{b}{a},\quad \log\frac{c}{a},\quad \log\frac{b'}{a'},\quad \log\frac{c'}{a'},$$

ensuite revenir de ces quatre logarithmes aux nombres; substituer ces nombres dans la valeur de y, et prendre de nouveau le logarithme du numérateur et celui du dénominateur : c'est la marche ordinaire; tandis que par les Tables de Gauss, il n'est pas nécessaire de revenir des logarithmes aux nombres, et de connaître les valeurs effectives de $\frac{c}{a}$ et de $\frac{c'}{a'}$, car, comme on connaît leurs logarithmes, ces Tables donnent le logarithme de la différence $\frac{c}{a} - \frac{c'}{a'}$, et de même le logarithme de $\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'}$. Voici le procédé général : prenons trois équations à trois inconnues ; on remplace chaque coefficient par son logarithme, et l'on écrit ces équations de cette manière :

$$x \log a + y \log b + z \log c = \log d,$$
$$x \log a' + y \log b' + z \log c' = \log d',$$
$$x \log a'' + y \log b'' + z \log c'' = \log d''.$$

Il est presque inutile d'avertir que ces équations et les suivantes n'existent pas entre les logarithmes, mais entre les nombres correspondants.

De là, on tire

$$x + y \log \mathrm{B} + z \log \mathrm{C} = \log \mathrm{D},$$
$$x + y \log \mathrm{B}' + z \log \mathrm{C}' = \log \mathrm{D}',$$
$$x + y \log \mathrm{B}'' + z \log \mathrm{C}'' = \log \mathrm{D}'',$$

où

$$\log \mathrm{B} = \log b - \log a, \quad \log \mathrm{C} = \log c - \log a, \ldots;$$

et ensuite, par soustraction,

$$y \log \beta + z \log \gamma = \log \delta,$$
$$y \log \beta' + z \log \gamma' = \log \delta',$$

où

$$\log \beta = \log (\mathrm{B} - \mathrm{B}'), \quad \log \gamma = \log (\mathrm{C} - \mathrm{C}'), \ldots,$$

et l'on trouve $\log \beta$, $\log \gamma$, etc., par les Tables de Gauss ; n'ayant plus que deux équations à deux inconnues, on continue à opérer comme ci-dessus. Toute l'opération se réduit donc à prendre les logarithmes des coefficients et à faire ensuite un certain nombre de soustractions.

Cette méthode serait particulièrement utile aux élèves (*) assujettis à chercher *quarante* logarithmes et autant de *nombres correspondants*; et à calculer *vingt* logarithmes.

(*) Matière taillable et corveable a merci