NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

# Théorèmes sur les équations algébriques

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 10 (1851), p. 355-356

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__355_1>

THÉORÈMES SUR LES ÉQUATIONS ALGÉBRIQUES.

1. *Soit une équation algébrique entière de degré n,*

$$P = A x^n + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_n = 0 = f(x),$$

*$\alpha$ étant une quantité quelconque; on aura les identités*

$$\begin{aligned}
P &= P_1 \quad (x-\alpha) + f(\alpha),\\
P_1 &= P_2 \quad (x-\alpha) + f'(\alpha),\\
P_2 &= P_3 \quad (x-\alpha) + \frac{f''(\alpha)}{2!},\\
P_3 &= P_4 \quad (x-\alpha) + \frac{f'''(\alpha)}{3!},\\
&\vdots\\
P_m &= P_{m+1}(x-\alpha) + \frac{f^m(\alpha)}{m!},\\
&\vdots\\
P_{n-1} &= P_n \quad (x-\alpha) + \frac{f^{n-1}(\alpha)}{(n-1)!},\\
P_n &= \frac{f^n(\alpha)}{n!} = A.
\end{aligned}$$

$P_1$, $P_2$, $P_3$,... *sont les parties entières des quotients* $\frac{P}{x-\alpha}$, $\frac{P_1}{x-\alpha}$, $\frac{P_2}{x-\alpha}$, *etc.* (*).

*Corollaire.*

$$\begin{aligned}
P = f(\alpha) + (x-\alpha)f'(\alpha) + \frac{(x-\alpha)^2}{2!}f''\alpha\\
+\frac{(x-\alpha)^3}{3!}f'''(\alpha) + \ldots + (x-\alpha)^{n-1}\frac{f^{n-1}(\alpha)}{(n-1)!} + (x-\alpha)^n A\\
= f[\alpha + (x-\alpha)] = f(x);
\end{aligned}$$

résultat évident d'après le théorème de Taylor.

2. *Soient* $\varphi(x, y) = 0$, $\psi(x, y) = 0$, *deux équations algébriques entières; si le déterminant*

$$\frac{d\varphi}{dx}\frac{d\psi}{dy} - \frac{d\varphi}{dy}\frac{d\psi}{dx}$$

*est identiquement nul, les deux équations sont ou incompatibles ou rentrent l'une dans l'autre.*

(*) On n'insérera pas de démonstration de ce théorème.