

Théorèmes sur les équations algébriques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 355-356

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__355_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES SUR LES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES.

1. Soit une équation algébrique entière de degré n ,

$$P = Ax^n + A_1x^{n-1} + \dots + A_n = 0 = f(x),$$

α étant une quantité quelconque ; on aura les identités

$$\begin{aligned} P &= P_1 (x - \alpha) + f(\alpha), \\ P_1 &= P_2 (x - \alpha) + f'(\alpha), \\ P_2 &= P_3 (x - \alpha) + \frac{f''(\alpha)}{2!}, \\ P_3 &= P_4 (x - \alpha) + \frac{f'''(\alpha)}{3!}, \\ &\vdots \\ P_m &= P_{m+1} (x - \alpha) + \frac{f^{(m)}(\alpha)}{m!}, \\ &\vdots \\ P_{n-1} &= P_n (x - \alpha) + \frac{f^{(n-1)}(\alpha)}{(n-1)!}, \\ P_n &= \frac{f^{(n)}(\alpha)}{n!} = A. \end{aligned}$$

P_1, P_2, P_3, \dots sont les parties entières des quotients

$$\frac{P}{x - \alpha}, \frac{P_1}{x - \alpha}, \frac{P_2}{x - \alpha}, \text{ etc. } (*).$$

Corollaire.

$$\begin{aligned} P &= f(\alpha) + (x - \alpha)f'(\alpha) + \frac{(x - \alpha)^2}{2!} f''(\alpha) \\ &+ \frac{(x - \alpha)^3}{3!} f'''(\alpha) + \dots + (x - \alpha)^{n-1} \frac{f^{(n-1)}(\alpha)}{(n-1)!} + (x - \alpha)^n A \\ &= f[\alpha + (x - \alpha)] = f(x); \end{aligned}$$

résultat évident d'après le théorème de Taylor.

2. Soient $\varphi(x, y) = 0$, $\psi(x, y) = 0$, deux équations algébriques entières ; si le déterminant

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dy} - \frac{d\varphi}{dy} \frac{d\psi}{dx}$$

est identiquement nul, les deux équations sont ou incompatibles ou rentrent l'une dans l'autre.

(*) On n'insérera pas de démonstration de ce théorème.