

JULLIEN

Solution de la question 89 (Prouhet)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10 (1851), p. 144-145

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__144_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 89 (PROUHET)

(voir t. III, p. 376),

PAR M. L'ABBÉ JULLIEN,

Professeur au séminaire de Vals.

Soient $F(x)$ une fonction entière en x ; a, b deux nombres positifs, et $b > a$; si $\frac{F(a)}{F(b)} > 0$ et $\frac{F(b) - F(a)}{F'(a)} < 0$, il y aura au moins deux racines de $F'(x) = 0$ comprises entre a et b .

Lorsque, dans une fonction entière $F(x)$, on fait croître la variable d'une manière continue, l'accroissement de la fonction $F(x+h) - Fx$ correspondant à la valeur $x = a$ est toujours de même signe que la dérivée $F'(x)$. Donc, si $F'(x)$ ne change pas de signe, lorsqu'on y fait varier x d'une manière continue depuis a jusqu'à b , la valeur de $F(x)$ ne cesse d'augmenter ou de diminuer, selon que $F'(a)$ est positif ou négatif, et la relation $\frac{F(b) - F(a)}{F'(a)} < 0$ ne peut subsister.

Cette dernière inégalité ayant lieu, $F'(x)$ change de signe entre a et b , il existe donc au moins une racine de

$F'(x) = 0$ comprise entre a et b , et puisque nous avons en même temps $\frac{F'(b)}{F'(a)} > 0$, il en existe un nombre pair dont deux au moins sont inégales.

L'interprétation géométrique de l'énoncé du théorème montre qu'il existe entre les ordonnées $F(a)$ et $F(b)$ ou un maximum et un minimum de $F(x)$, ou un point d'inflexion de la courbe représentée par $y = F(x)$. Ce dernier cas ne peut avoir lieu quand la fonction proposée est entière, car la tangente trigonométrique de l'angle que fait la tangente à la courbe avec l'axe des x , doit nécessairement passer par l'infini.