

Géométrie descriptive. Concours d'admission en 1850

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 132-138

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__132_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

GÉOMETRIE DESCRIPTIVE. CONCOURS D'ADMISSION, EN 1850.

Nous croyons être agréables à nos lecteurs en réunissant ici les énoncés des questions qui ont été traitées dans la composition mathématique du concours d'admission pour l'École Polytechnique, en 1850, à Paris et dans les autres villes d'examen.

Il était prescrit, dans chaque programme, de tenir compte des parties vues et des parties cachées (arêtes, traces, contours, etc.) dans les projections des corps représentés.

Deux mois environ avant le concours, la direction des études de l'École avait envoyé dans les départements, par l'intermédiaire des préfets, une Note qui avait pour titre : *Composition mathématique, indications à suivre dans la partie graphique.*

1. *Données.* Le plan dont l'inclinaison sur le plan horizontal est de 60 degrés, et dont la trace horizontale ab fait un angle de 45 degrés avec la ligne de terre; le pentagone P donné par ses côtés et ses diagonales exprimés en millimètres; la droite (D, D') quelconque.

On demande : 1° de construire les projections du polygone P posé sur le plan donné, et de prendre ce polygone pour base d'un prisme parallèle à la droite (D, D') , et dont la hauteur serait de 80 millimètres au moins; 2° de développer la surface de ce prisme, et de construire l'angle qui mesure l'inclinaison d'une face sur l'une des bases.

2. *Données.* Une ellipse E tracée sur le plan horizontal, avec des axes de 50 millimètres et de 35 millimètres; le plan dont l'inclinaison sur le plan horizontal est de 60 degrés, et dont la trace verticale ab fait un

angle de 45 degrés avec la ligne de terre; la droite (D, D').

On demande : 1° de construire les projections du cylindre qui aurait pour base l'ellipse E, qui serait parallèle à la droite (D, D'), et qui aurait 80 millimètres de hauteur; 2° de couper ce cylindre par le plan donné, le cylindre étant supposé convenablement tourné pour cela; 3° de construire le développement de la surface cylindrique sur le plan tangent suivant une des génératrices du contour horizontal, et d'y tracer la transformée de la section plane.

Le développement sera fait à l'aide d'un prisme inscrit dans le cylindre.

3. *Données.* La verticale ($a, a'a'$), et l'inclinée ($pm, p'm'$), distante de 10 à 15 millimètres de cette verticale; le plan horizontal HH, plus rapproché de la perpendiculaire commune à ces deux droites que ne l'est le plan horizontal de projection.

On demande : 1° de construire les projections de la surface lieu de toutes les positions de la droite ($pm, p'm'$): on construira au moins douze positions de la génératrice mobile, dont ($pm, p'm'$) sera la position initiale; on limitera la surface, d'une part, au plan horizontal de projection, de l'autre, au plan HH; 2° de couper cette surface par un plan parallèle à la génératrice ($pm, p'm'$) et à la cinquième à partir de celle-ci; 3° de mener des tangentes aux points à l'infini de la section plane.

4. *Données.* Le plan P, dont la ligne de plus grande inclinaison sur le plan horizontal est la droite ($pm, p'm'$).

On demande : 1° de construire les projections d'une pyramide pentagonale dont la base serait placée sur le plan P, et dont le sommet serait pris à volonté; 2° de mesurer la hauteur de cette pyramide, de construire sa base en vraie grandeur, et de calculer son volume en mil-

limètres cubes; 3^o de faire une troisième projection de cette pyramide sur un plan perpendiculaire à l'un des plans de projection.

5. *Données.* Un prisme pentagonal et un prisme quadrangulaire, ni parallèles, ni perpendiculaires aux plans de projection, dont les projections croisées puissent donner lieu à une rencontre.

On demande : 1^o de construire la partie commune à ces deux prismes; 2^o de développer la surface de l'un d'eux, et de tracer sur le résultat la transformée de la figure de rencontre des deux surfaces.

On fera attention que différents cas peuvent se présenter, selon que les deux prismes ont ou n'ont pas de plan rasant commun; un plan rasant étant celui qui passe par une arête, et non par une face. On ne traitera graphiquement qu'un de ces cas, mais on discutera les autres dans le texte.

Des questions analogues à la précédente ont été proposées pour une pyramide pentagonale et un prisme quadrangulaire, ni perpendiculaire, ni parallèle à l'un des plans de projection; pour une pyramide pentagonale et une pyramide quadrangulaire, etc.

6. *Données.* Deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent sous un angle de 45 degrés, dans un plan vertical non parallèle au plan vertical de projection; une sphère à axe vertical (a, a'), et d'un rayon de 5 centimètres au moins; un cylindre incliné, de 3 à 4 centimètres de rayon, et dont l'axe ne passe pas par le centre de la sphère.

On demande : 1^o de construire la courbe d'intersection des deux surfaces; 2^o de mener une tangente en un point de cette courbe.

7. *Données.* Le plan P, dont la ligne de plus grande

inclinaison sur le plan vertical est la droite ($pm, p'm'$).

On demande : 1° de construire les projections d'un cône oblique dont la base, posée sur le plan P, serait un cercle de 35 millimètres au moins de rayon, et dont le sommet serait pris à volonté; 2° de mesurer la hauteur de ce cône, et d'en calculer le volume en millimètres cubes; 3° de faire une troisième projection de ce cône sur un plan perpendiculaire aux horizontales du plan donné P.

8. *Données.* Le plan P dont la trace horizontale et la trace verticale font respectivement avec la ligne de terre des angles de 45 et de 60 degrés; l'ellipse E dont les axes sont de 45 et de 35 millimètres; la droite (D, D'); le point (m, m').

On demande : 1° de construire les projections de l'ellipse E posée sur le plan P, de manière que le grand axe fasse un angle de 30 degrés avec le plan horizontal; 2° de prendre cette ellipse pour base d'un cylindre parallèle à la droite (D, D'), et ayant 90 millimètres de longueur; 3° de mener à ce cylindre deux plans tangents passant par le point (m, m').

On supposera, lors de la mise à l'encre de l'épure, que les deux plans tangents existent réellement, et l'on tiendra compte de cette supposition dans la distinction des parties vues et des parties cachées.

9. *Données.* L'ellipse E' tracée sur le plan vertical, avec des axes de 50 et de 35 millimètres; un point (S, S') quelconque.

On demande : 1° de construire les projections du cône qui aurait pour base l'ellipse E', et pour sommet le point (S, S'); 2° de couper ce cône par un plan qui rencontre toutes les génératrices entre la base et le sommet; 3° de construire sur la surface la courbe lieu de tous les points distants du sommet de 20 millimètres; 4° de dé-

velopper la surface à l'aide de cette courbe, et de tracer sur le développement la transformée de la base ou celle de la section plane.

10. *Données.* Le cylindre droit et vertical (A, A'), de 5 centimètres de rayon; le cylindre (B, B'), incliné, à base circulaire de 4 centimètres de rayon, et dirigé de manière à avoir un plan tangent commun avec le précédent; un troisième cylindre (C, C'), parallèle à (B, B'), à base circulaire de 3 centimètres de rayon et concentrique à la base du cylindre (B, B'). Les cylindres (B, B') et (C, C'), parallèles entre eux, ne devront pas être parallèles au plan vertical.

On demande : 1° la courbe d'intersection des cylindres (A, A') et (B, B'); 2° la courbe d'intersection du cylindre (A, A') avec le cylindre (C, C') qui est enveloppé et caché par le cylindre (B, B'); 3° le développement du cylindre vertical, et, sur ce développement, la transformée de l'une des courbes d'intersection.

On pourra, si l'on veut, tracer à l'encre rouge le cylindre (C, C') et ses courbes d'intersection, et arrêter les parties vues et les parties cachées comme s'il n'était pas enveloppé par le cylindre (B, B').

Des questions analogues ont été proposées sur un cylindre droit et sur deux cônes de même sommet, à bases circulaires et concentriques (le sommet commun n'étant pas sur l'axe du cylindre), ou sur deux cônes à bases circulaires et concentriques, mais de sommets différents, l'un situé dans le cylindre, l'autre sur le cylindre, etc.

11. *Données.* Deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent dans un plan vertical non parallèle au plan vertical de projection : 1° un hyperboloïde à une nappe, dont l'axe est vertical, et dont le cercle de gorge est de 30 millimètres; limité, d'une part, au plan horizontal de projection, de l'autre, à un plan horizontal HH qui donne

un cercle plus petit que celui de la base; 2° une sphère de 40 à 50 millimètres de rayon, et dont le centre ne se trouve pas sur l'axe de l'hyperboloïde.

On demande : 1° de construire la courbe d'intersection de ces deux surfaces; 2° de mener une tangente en un point de cette courbe.

On est libre de considérer l'hyperboloïde comme une surface infiniment mince ou comme un solide, l'un et l'autre étant limités par deux plans horizontaux; mais on devra tenir compte de la différence qui résulte de telle ou telle supposition dans la distinction des parties vues et des parties cachées de la projection horizontale.

12. *Données.* La verticale $(a, a' a')$, et l'inclinée $(pm, p' m')$ parallèle au plan vertical; la droite $(r, r' r')$ perpendiculaire au plan vertical; le plan horizontal HH plus rapproché de la perpendiculaire commune aux deux droites $(a, a' a')$ et $(pm, p' m')$, que ne l'est le plan horizontal.

On demande : 1° de construire les projections de douze positions au moins de la droite $(pm, p' m')$ tournant autour de la verticale $(a, a' a')$, à partir de $(pm, p' m')$ comme position initiale : ces droites seront limitées, d'une part, au plan horizontal de projection, et, de l'autre, au plan HH; 2° de couper la surface, lieu de toutes les positions de la droite mobile $(pm, p' m')$, par trois plans passant par la droite $(r, r' r')$, et rencontrant, l'un, toutes les génératrices, l'autre, toutes les génératrices moins une, le troisième, toutes moins deux; 3° de mener une tangente en un point situé à l'infini sur celle des trois sections planes qui présente de tels points.

13. *Données.* Un plan P, dont on connaît un point (p, p') et les deux droites principales qui passent par ce point : la parallèle $(ph, p' h')$ au plan horizontal, et la parallèle $(p\nu, p' \nu')$ au plan vertical; le cercle C d'un

rayon de 25 millimètres; une droite (D, D') inclinée à 45 degrés sur la ligne de terre.

On demande : 1° de construire les projections du cylindre parallèle à la droite (D, D'), dont le cercle C serait la base posée sur le plan P, et dont la longueur serait triple du rayon de cette base; 2° de mesurer la hauteur de ce cylindre, pour en déduire le volume en millimètres cubes; 3° de construire la projection de ce cylindre sur un plan perpendiculaire à la trace verticale du plan P.

14. *Données.* Deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent sous un angle de 30 degrés, dans un plan vertical non parallèle au plan vertical de projection : l'une, à axe vertical ($a, a' a'$), est engendrée par une ellipse méridienne de 80 millimètres de diamètre horizontal et de 50 millimètres de diamètre vertical; l'autre est un cône dont l'angle au sommet est de 60 degrés, et dont le sommet pourra être placé à volonté dans l'ellipsoïde, mais non au centre, sur l'ellipsoïde, ou en dehors.

On demande : 1° de construire la courbe d'intersection de l'ellipsoïde et du cône; 2° de mener une tangente en un point de cette courbe.

On fera remarquer dans le texte qu'il peut y avoir pénétration ou arrachement.

Note. Nous croyons devoir rappeler un projet d'*Instruction sur les travaux graphiques*, dans lequel on trouvera d'utiles renseignements. (Voir *Nouvelles Annales*, tome V, page 23.)