E. BRASSINE

Note sur les intérêts composés

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 403-405

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__403_1>

NOTE SUR LES INTÉRÊTS COMPOSÉS;

PAR M. E. BRASSINE.

1°. Si l'on désigne par c un capital, et par r l'intérêt de 1 franc par an, le capital composé au bout du temps t sera

$$C = c(1 + r)^t.$$

La somme S des intérêts composés sera

$$S = c(1 + r)^t - c = c(k - 1),$$

en faisant $(1 + r)^t = k$. Mais le capital primitif c rapporterait dans un an un intérêt p, qu'on trouverait par la relation $p = c.r$; d'où

$$c = \frac{p}{r}:$$

par suite,

$$S = \frac{p}{r}(k-1).$$

Cette formule exprime aussi une somme de payements annuels, augmentés de leurs intérêts composés. Si donc on veut trouver le payement annuel qui pourrait éteindre un capital a placé pendant t années, à intérêt composé, on aura la relation

$$\frac{p}{r}(k-1) = ak;$$

d'où

$$p = \frac{akr}{k-1}.$$

Ce procédé était employé par mon ancien professeur, M. Serres, pour résoudre le problème des annuités, sans le secours des progressions.

2°. Si, pour éteindre une dette a, on voulait faire des payements annuels, p, $2p$, $3p, \ldots$, tp, la détermination de p exigerait la sommation de la suite

$$p(1+r)^{t-1} + 2p(1+r)^{t-2} + \ldots + (t-1)p(1+r) + tp.$$

Cette somme est équivalente à

$$p = \frac{[(1+r)^{t+1} - 1 - r - t]}{r}.$$

3°. Il serait naturel de supposer, dans les questions d'annuités, que le taux de l'intérêt varie d'une année à l'autre. Supposons que l'intérêt de 1 franc soit, la première, deuxième, troisième, etc., année, mr, $(m-1)r$, $(m-2)r, \ldots$, $2r$, r. Si l'on fait un payement p chaque année, il faudra sommer la suite :

$$p\left[\begin{array}{l}(1+mr)(1+\overline{m-1}r)(1+\overline{m-2}r)\ldots(1+r)\\ \quad+(1+\overline{m-1}r)(1+\overline{m-2}r)\ldots(1+r)\ldots\\ \quad+(1+2r)(1+r)+(1+r)+1\end{array}\right].$$

Mais en appliquant les méthodes d'Euler, relatives aux séries hypergéométriques, on réduit la somme

$$\begin{aligned}S=x+(1+r)x^2+(1+r)(1+2r)x^3\ldots\\ +(1+r)(1+2r)\ldots(1+mr)x^m+\ldots\end{aligned}$$

à l'intégrale de l'équation linéaire

$$r\,\frac{d.\left(S.x^{\frac{1}{r}}\right)}{dx}=[S+(1+r)(1+2r)\ldots(1+\overline{m+1}r)^{m+2}-x]x^{\frac{1}{r}-2}.$$

Il est vrai que si l'on développe l'intégrale qui fournit la valeur de S, on retombe sur la série qu'on voulait sommer; mais le résultat, mis sous une forme intégrale, pourra permettre, dans la pratique, l'emploi de méthodes d'approximation, très-utiles dans le calcul des probabilités.