Sallé Delacodre

# Seconde solution de la question 135

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 9 (1850), p. 279-280

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__279_1>

## SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 135

(voir t. IX, p. 51);

PAR M. SALLÉ DELACODRE,
Élève (institution Mage).

*Quelle relation doit-il exister entre les côtés d'un triangle isocèle et la base pour que la bissectrice de l'angle à la base ait un rapport donné avec le côté du triangle?*

Soient ABC un triangle isocèle, BD la bissectrice de l'angle à la base. Faisons,

$$AB = AC = b, \quad BC = a, \quad BD = c;$$

il doit exister entre la bissectrice et le côté $b$ un rapport donné $m$. Je pose $\frac{c}{b} = m$,

$$AD = h, \quad DC = l.$$

Quand on mène la bissectrice d'un triangle, on sait (Blanchet, livre II) que le produit des côtés qui comprennent l'angle est égal au produit des segments déterminés par la bissectrice sur le côté opposé, augmenté du carré de la bissectrice; donc on aura

$$ab = c^2 + hl.$$

Or, d'après une seconde propriété de la bissectrice,

$$(1) \qquad \frac{h}{l} = \frac{b}{a};$$

$h + l = b$; donc $h = \frac{b^2}{a+b}$. En substituant dans l'égalité ci-dessus les valeurs des segments $h$, $l$, et remarquant que $c = bm$, on aura

$$ab = b^2 m^2 + \frac{ab^3}{(b+a)^2},$$

$$a(a^2 + 2ab) = bm^2 (a + b)^2;$$

relation cherchée.