

P. HOSSARD

POUDRA

Second théorème de minimum pour un système de droites dans l'espace

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9 (1850), p. 241-242

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__241_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**SECOND THÉORÈME DE MINIMUM POUR UN SYSTÈME DE
DROITES DANS L'ESPACE**

(voir t. VII, p. 407 et 454);

PAR MM. P. HOSSARD ET POUDDRA,
Chefs d'escadron d'état-major.

THÉORÈME. *Un nombre quelconque de droites étant données dans l'espace, le point pour lequel la somme des carrés des perpendiculaires abaissées sur ces droites*

est un minimum, est en même temps le centre de gravité des pieds de ces perpendiculaires ; et réciproquement.

Démonstration. Soient A ce point, et G le centre de gravité des pieds des perpendiculaires. Quel que soit le point A, la somme des carrés des distances entre le point G et les pieds des perpendiculaires sera un minimum. Par suite, la somme des carrés des perpendiculaires abaissées du point A serait plus grande que celle des carrés des distances prises à partir du centre de gravité G, et, à fortiori, plus grande que la somme des carrés des perpendiculaires abaissées du centre de gravité G sur les droites; le point A ne jouira donc de la propriété énoncée qu'autant qu'il se confondra avec le point G.

Or, on sait qu'il n'existe qu'un seul centre de moyenne distance. Donc le point G, centre de gravité des pieds des perpendiculaires abaissées de ce point sur les droites, est unique; et, partant, la somme des carrés de ces perpendiculaires est un minimum relativement à toute somme semblable pour d'autres points de l'espace.

Nous employons ce théorème dans la solution d'une question pratique de géodésie que nous donnerons prochainement.

Note. Le carré de la distance d'un point dans l'espace à une droite dans l'espace, est une fonction rationnelle entière du second ordre des coordonnées du point et de celles du pied de la perpendiculaire; il s'ensuit qu'on peut appliquer à des droites dans l'espace le même genre de démonstration qu'on a donné pour des droites dans un plan (*voir* tome VII, page 408).
