

ED. PLOIX

Même théorème sur la sphère

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 147-148

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__147_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

MÊME THÉORÈME SUR LA SPHÈRE ;

PAR M. ED. PLOIX,
Élève au lycée de Versailles.

Prenons de même deux triangles sphériques rectangles
 $\triangle OAB$, $\triangle AO'B$ qui ont même hypoténuse AB ; I est un point

quelconque pris sur AB. Abaissons de ce point deux arcs perpendiculaires IC et IC' sur OA et O'B. On aura, en comparant successivement les deux valeurs de tang IC dans les deux triangles ICO, ICA,

$$\sin OC \operatorname{tang} AOI = \sin AC \operatorname{tang} OAB,$$

et de même

$$\sin O'C' \operatorname{tang} IO'B = \sin C'B \operatorname{tang} O'BA;$$

d'où

$$(1) \quad \begin{aligned} \sin OC \cdot \sin O'C' \operatorname{tang} AOI \operatorname{tang} IO'B \\ = \sin AC \sin C'B \operatorname{tang} OAB \operatorname{tang} O'BA. \end{aligned}$$

Or prolongeons CI et OB jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en G; on aura, en considérant l'arc transversal CIG par rapport au triangle AOB, et remarquant que le point G est le pôle de l'arc OA,

$$(2) \quad \sin AC \cdot \sin IB = \sin OC \cdot \sin AI \cos OB,$$

et de même on aurait

$$(3) \quad \sin C'B \cdot \sin AI = \sin O'C' \cdot \sin BI \cos AO'.$$

Multipliant les trois égalités (1), (2) et (3) membre à membre, il viendra

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} IOA \operatorname{tang} IO'B &= \cos OB \cos AO' \operatorname{tang} OAB \operatorname{tang} O'BA \\ &= \frac{\sin OB \sin AO'}{\sin AO \sin BO}. \end{aligned}$$