

G.-J. DOSTOR

**Exercices sur un système de quatre
points en ligne droite**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 118-119

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__118_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXERCICES SUR UN SYSTÈME DE QUATRE POINTS EN LIGNE DROITE ;

PAR M. G.-J. DOSTOR,
Docteur ès sciences mathématiques.

Les quatre points en ligne droite sont désignés par les lettres respectives A, B, A', B', et les milieux des distances AA', BB', par α et β .

$$(1) \quad AB + BA' + A'B' + B'A (*) = 0.$$

$$(2) \quad AB \cdot A'B' + AB' \cdot BA' - AA' \cdot BB' = 0.$$

$$(3) \quad \begin{cases} \overline{AB}^2 - \overline{A'B'}^2 = (AB' - BA')(AA' - BB'), \\ \overline{AB'}^2 - \overline{BA'}^2 = (AA' + BB')(AB + A'B'), \\ \overline{AA'}^2 - \overline{BB'}^2 = (AB - A'B')(AB' + BA'). \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \overline{AB}^2 + \overline{A'B'}^2 = \overline{AB'}^2 + \overline{BA'}^2 - 2AA' \cdot BB', \\ \overline{AB'}^2 + \overline{BA'}^2 = \overline{AA'}^2 + \overline{BB'}^2 + 2AB \cdot A'B', \\ \overline{AA'}^2 + \overline{BB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{A'B'}^2 + 2AB' \cdot BA'. \end{cases}$$

$$(5) \quad \overline{A\alpha}^2 - B\alpha \cdot B'\alpha = \overline{B\beta}^2 - A\beta \cdot A'\beta.$$

(*) Les distances positives sont prises dans le sens AB', et les distances négatives dans le sens B'A, de sorte que B'A = -AB'.

$$(6) \left\{ \begin{array}{l} AA' \cdot BB' - 2AB \cdot \overline{A'B'} = \\ 2AB' \cdot A'B - AA' \cdot BB' = \\ AB' \cdot A'B - AB \cdot A'B' = \end{array} \right\} 2(\overline{A\alpha}^2 - B\alpha \cdot B'\alpha) = 2(\overline{B\beta}^2 - A\beta \cdot A'\beta).$$

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} AB \cdot AB' = AA' \cdot A\beta - (\overline{B\beta}^2 - A\beta \cdot A'\beta), \\ A'B \cdot A'B' = AA' \cdot A'\beta + (\overline{B\beta}^2 - A\beta \cdot A'\beta). \end{array} \right.$$

$$(8) AB \cdot AB' + A'B \cdot A'B' = \overline{A\beta}^2 - \overline{A'\beta}^2.$$

$$(9) \left\{ \begin{array}{l} \overline{A'B}^2 \cdot A\beta - \overline{AB'}^2 \cdot A'\beta = \\ \overline{A'B'}^2 \cdot A\beta - \overline{AB}^2 \cdot A'\beta = \end{array} \right\} AA' (\overline{B\beta}^2 - A\beta \cdot A'\beta).$$

$$(10) (\overline{AB'}^2 - \overline{AB}^2) A'\beta = (\overline{A'B'}^2 - \overline{A'B}^2) A\beta.$$

$$(11) (AB' + AB) A'\beta = (A'B' - A'B) A\beta.$$

$$(12) \left\{ \begin{array}{l} AA' \cdot AB \cdot A'B = AB \cdot \overline{A'B'}^2 + A'B \cdot \overline{AB'}^2 - AA' \cdot \overline{BB'}^2, \\ AA' \cdot AB' \cdot A'B' = A'B' \cdot \overline{AB}^2 - AB' \cdot \overline{A'B}^2 + AA' \cdot \overline{BB'}^2. \end{array} \right.$$

$$(13) PB \cdot PB' \cdot AA' = \overline{PA'}^2 \cdot A\beta - \overline{PA}^2 \cdot A'\beta - AA' (\overline{B\beta}^2 - A\beta \cdot A'\beta).$$

Dans cette dernière formule, P désigne un point quelconque de la droite $ABA'B'$.
