G.-J. DOSTOR

Exercices sur un système de quatre points en ligne droite

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 118-119

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__118_1>

EXERCICES SUR UN SYSTÈME DE QUATRE POINTS EN LIGNE DROITE;

PAR M. G.-J. DOSTOR,
Docteur ès sciences mathematiques.

Les quatre points en ligne droite sont désignés par les lettres respectives A, B, A′, B′, et les milieux des distances AA′, BB′, par α et β.

(1) $AB + BA' + A'B' + B'A$ (*) $= 0$.

(2) $AB.A'B' + AB'.BA' - AA'.BB' = 0$.

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} &\overline{AB}^2 - \overline{A'B'}^2 = (AB' - BA')(AA' - BB'),\\ &\overline{AB'}^2 - \overline{BA'}^2 = (AA' + BB')(AB + A'B'),\\ &\overline{AA'}^2 - \overline{BB'}^2 = (AB - A'B')(AB' + BA'). \end{aligned}\right.$$

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} &\overline{AB}^2 + \overline{A'B'}^2 = \overline{AB'}^2 + \overline{BA'}^2 - 2\,AA'.BB',\\ &\overline{AB'}^2 + \overline{BA'}^2 = \overline{AA'}^2 + \overline{BB'}^2 + 2\,AB.A'B',\\ &\overline{AA'}^2 + \overline{BB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{A'B'}^2 + 2\,AB'.BA'. \end{aligned}\right.$$

$$(5)\quad \overline{A\alpha}^2 - B\alpha.B'\alpha = \overline{B\beta}^2 - A\beta\;A'\beta.$$

(*) Les distances positives sont prises dans le sens AB′, et les distances negatives dans le sens B′A, de sorte que $B'A = -AB'$.

$$(6)\quad \left.\begin{matrix} AA'.BB' - 2AB.A'B' = \\ 2AB'.A'B - AA'.BB' = \\ AB'.A'B - AB.A'B' = \end{matrix}\right\} 2\left(\overline{A\alpha}^2 - B\alpha.B'\alpha\right) = 2\left(\overline{B\beta}^2 - A\beta.A'\beta\right).$$

$$(7)\quad \begin{cases} AB.AB' = AA'.A\beta - \left(\overline{B\beta}^2 - A\beta\,A'\beta\right), \\ A'B.A'B' = AA'.A'\beta + \left(\overline{B\beta}^2 - A\beta.A'\beta\right). \end{cases}$$

$$(8)\quad AB.AB' + A'B.A'B' = \overline{A\beta}^2 - \overline{A'\beta}^2.$$

$$(9)\quad \left.\begin{matrix} \overline{A'B}^2.A\beta - \overline{AB'}^2.A'\beta = \\ \overline{A'B'}^2.A\beta - \overline{AB}^2.A'\beta = \end{matrix}\right\} AA'\left(\overline{B\beta}^2 - A\beta.A'\beta\right).$$

$$(10)\quad \left(\overline{AB'}^2 - \overline{AB}^2\right)A'\beta = \left(\overline{A'B'}^2 - \overline{A'B}^2\right)A\beta.$$

$$(11)\quad (AB' + AB)A'\beta = (A'B' - A'B)A\beta.$$

$$(12)\quad \begin{cases} AA'.AB.A'B = AB.\overline{A'B'}^2 + A'B.\overline{AB'}^2 - AA'.\overline{BB'}^2, \\ AA'.AB'.A'B' = A'B'.\overline{AB}^2 - AB'.\overline{A'B}^2 + AA'.\overline{BB'}^2. \end{cases}$$

$$(13)\quad PB.PB'.AA' = \overline{PA'}^2.A\beta - \overline{PA}^2.A'\beta - AA'\left(\overline{B\beta}^2 - A\beta.A'\beta\right).$$

Dans cette dernière formule, P désigne un point quelconque de la droite ABA'B'.