NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ET. BIGOURDAN

Question d'examen sur le cône droit

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 9-22

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__9_0>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

QUESTION D'EXAMEN SUR LE CONE DROIT;

PAR M. ÉT. BIGOURDAN,
Professeur de Mathématiques au lycée Monge.

1. *On a un cône droit circulaire* SAB (fig. 1, Pl. I); *d'un point* O *pris sur la surface comme centre, avec un rayon* r, *on décrit une courbe* DM′N′ *sur la surface du cône; on développe ensuite la surface sur un plan, et l'on demande l'équation de cette courbe après le développement* (*que l'on appelle la transformée de* DM′N′).

Soit SAA′ le développement de la surface du cône sur le plan des deux génératrices opposées SA, SB, dont l'une passe par le point O. Soient DMN la transformée de DM′N′; M′, M deux points correspondants, l'un sur la courbe DM′N′, l'autre sur son développement : de telle sorte que si l'on enroulait la surface SAA′ autour du cône, la courbe DMN s'appliquerait sur DM′N′, et le point M sur le point M′. Nous appellerons a la longueur constante SO, b la génératrice SA, R le rayon IA de la base, et r la droite OM′, longueur du rayon avec lequel on a décrit la courbe. Pour trouver l'équation de la transformée DMN, nous la rapporterons à des coordonnées polaires dont S sera le pôle, et SA l'axe polaire. En menant les droites SMQ, SM'K, on aura donc

$$\text{SM} = \rho, \qquad \text{DSM} = \omega.$$

Cela posé, en menant AK, on aura

$$\overline{\text{AK}}^2 = 2b^2 - 2b^2 \cos \text{ASK}.$$

Comme SM' = SM = ρ, on déduira du triangle OSM',

$$\overline{\text{OM}'}^2 \quad \text{ou} \quad r^2 = a^2 + \rho^2 - 2a\rho \cos \text{ASK};$$

d'où l'on tire

$$\cos \text{ASK} = \frac{a^2 + \rho^2 - r^2}{2a\rho}.$$

En substituant cette valeur dans l'expression de $\overline{\text{AK}}^2$, on aura facilement

$$\text{AK} = b\sqrt{\frac{r^2 - (a-\rho)^2}{a\rho}}.$$

Si l'on mène IK et que l'on fasse AIK = α, le rayon IA étant R, il est clair que l'on aura

$$(1) \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\text{AK}}{2\text{R}} = \frac{b}{2\text{R}}\sqrt{\frac{r^2 - (a-\rho)^2}{a\rho}},$$

les arcs AK et AQ étant des arcs de même longueur appartenant à des cercles dont les rayons sont R et b; en appelant α et ω les nombres de degrés de ces arcs, il est clair que ces nombres sont en raison inverse de ces rayons, et que l'on a

$$\alpha : \omega :: b : r;$$

d'où l'on déduit

$$\alpha = \frac{b}{\text{R}}.\omega \qquad \text{et} \qquad \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{2\text{R}}.\omega.$$

En substituant cette valeur de $\frac{\alpha}{2}$ dans l'équation (1), on aura enfin, pour l'équation du lieu demandé,

$$\sin\left(\frac{b}{2\text{R}}.\omega\right) = \frac{b}{2\text{R}}\sqrt{\frac{r^2 - (a-\rho)^2}{a\rho}}.$$

2. *Puisque la transformée est évidemment indépendante de la longueur b de la génératrice du cône, comment se fait-il que cette quantité se trouve dans son équation?*

b se trouve, dans l'équation, toujours divisé par R; or on a

$$\frac{R}{b} = \sin ASI, \quad \text{ou} \quad \frac{b}{R} = \text{coséc}\, ASI,$$

et il est clair que l'on pouvait prévoir à priori que l'équation de la transformée dépendrait de l'angle ASI, générateur du cône. En représentant $\frac{b}{R}$ par μ, l'équation devient

$$(2) \qquad \sin\left(\frac{\mu\omega}{2}\right) = \frac{\mu}{2}\sqrt{\frac{r^2 - (a-\rho)^2}{a\rho}}.$$

3. *Disposer comme on voudra des constantes a, r et μ, pour simplifier l'équation de la transformée.*

En développant, il vient

$$\sin\left(\frac{\mu\omega}{2}\right) = \frac{\mu}{2}\sqrt{\frac{r^2 - a^2 - \rho^2 + 2a\rho}{a\rho}},$$

et il est clair qu'en faisant $r = a$, et ensuite $a = 1$, ce qui donne

$$(3) \qquad \sin\left(\frac{\mu\omega}{2}\right) = \frac{\mu}{2}\sqrt{\frac{2\rho - \rho^2}{\rho}},$$

on aura une des équations les plus simples que l'on puisse déduire de l'équation générale. Comme μ représente la cosécante de l'angle générateur du cône, on ne peut pas supposer que l'on ait $\mu = 1$, mais on peut faire $\mu = 2$; et alors, en supprimant le facteur ρ, commun aux deux termes de la fraction qui est sous le radical, il vient

$$(4) \qquad \sin\omega = \sqrt{2-\rho}.$$

4. *Quelle est la signification géométrique des hypothèses $a = r = 1$ et $\mu = 2$?*

Faire $a = r$, c'est supposer que la courbe soit décrite sur la surface du cône d'un point O comme centre, avec un rayon égal à la distance de ce point au sommet du cône. Comme l'unité était complétement arbitraire jusqu'ici, faire $a = 1$, c'est prendre pour unité la distance du point O au sommet du cône, en sorte que cette dernière hypothèse ne change rien aux données géométriques; elle ne fait que simplifier l'équation. Puisque l'on a $\frac{b}{R} = \mu$, faire $\mu = 2$, c'est supposer $\frac{b}{R} = 2$ ou $b = 2R$, ce qui change le cône donné en un cône équilatéral. Il est visible encore que de l'ensemble de ces hypothèses, il résulte que la courbe DM′N′ peut être considérée comme l'intersection de la surface d'un cône équilatéral, et de celle d'une sphère passant par son sommet et dont le centre serait sur la surface du cône, et que l'équation (4) est celle de la transformée de cette intersection, en supposant que la longueur du rayon de la sphère soit prise pour unité.

5. *A-t-on le droit de supprimer sans aucun examen le facteur* ρ *commun aux deux termes de la fraction qui est sous le radical dans l'équation* (3)?

En faisant disparaître le radical et le dénominateur de l'équation (3), on peut s'assurer que $\rho = 0$ satisfait à l'équation; dans ce cas, on n'a pas le droit de supprimer un tel facteur avant de s'être assuré qu'il ne représente rien. Or, dans la question présente, le point isolé situé au pôle, représenté par $\rho = 0$, est un point convenable, puisque la sphère passe par le sommet du cône; on aurait donc tort de supprimer le facteur ρ sans en tenir compte.

6. *Discuter la courbe* $\sin\omega = \sqrt{2 - \rho}$.

On a déduit

(5) $$\rho = 2 - \sin^2\omega.$$

Avec les hypothèses présentes, le cône étant équilatéral, sa surface développée sera un demi-cercle, tel que AB′A′ (*fig.* 2), dont le rayon sera SA, génératrice du cône, tandis que la transformée sera une courbe telle que DND′, qu'il s'agit de discuter.

En faisant $\omega = 0$ dans l'équation (5), il vient

$$\sin\omega = 0 \qquad \text{et} \qquad \rho = 2.$$

En prenant SD $= 2$, c'est-à-dire SD $= 2$SO, le point D sera un des points du lieu; ω croissant, $\sin^2\omega$ croît, tandis que ρ décroît sans cesse, jusqu'à ce que l'on ait $\omega = 90^\circ$, qui donne $\rho = 1$. En élevant SN perpendiculaire sur SA, et prenant SN $=$ SO $= 1$, N sera un des points du lieu, et l'on aura ainsi obtenu la partie DMN de la courbe.

ω continuant de croître jusqu'à 180 degrés, on obtiendra une seconde partie NM′D′ de la courbe qui sera symétrique de la première. En donnant à ω des valeurs plus grandes que 180 degrés, on obtiendrait à la gauche de DD′ une autre partie de courbe D′LD, symétrique de DND′; mais si l'on ne veut construire que la transformée de l'intersection du cône et de la sphère, la partie DND′ suffira.

7. *Pourrait-on interpréter géométriquement la partie* D′LD *de la courbe?*

Pour cela, il suffit de remarquer que, si l'on avait un cercle AB′A′B″ (*fig.* 2), dont la surface serait coupée selon le rayon AS, et qu'ensuite on enroulât cette surface sur un cône équilatéral, on aurait une double surface conique qui serait coupée par la sphère précédente, selon une courbe dont la transformée aurait pour équation

$$\rho = 2 - \sin^2\omega,$$

et qui serait représentée par la courbe complète DND′LD.

En continuant de donner à ω des valeurs croissantes depuis $\omega = 360^\circ$ jusqu'à $\omega = \infty$, on obtiendrait une série de courbes égales à DND′L, et qui se recouvriraient exactement; ces courbes supposées pourraient être considérées comme la transformée de l'intersection d'un cône équilatéral formé d'une surface continue, qui ferait une infinité de circonvolutions sur elle-même, avec une sphère passant par son sommet, et dont le centre serait sur la surface conique.

8. *Pouvait-on prévoir à priori que la perpendiculaire à l'axe polaire, passant par le pôle, rencontrerait la courbe à une distance égale à l'unité?*

Puisque le cône est équilatéral, si l'on mène ON′ parallèle à AB (*fig.* 2), on aura ON′ = OS = 1; la sphère dont le centre est en O, et dont le rayon est l'unité, passera donc par le point N′, ainsi que la section qu'elle détermine sur la surface du cône. Or, dans le développement de la surface du cône, il est visible que la génératrice SN′, opposée à SO, se placera sur une perpendiculaire à SO passant par S; comme la distance de N′ à S ne change pas pendant le développement, le point N′ se trouvera sur cette perpendiculaire en N, à une distance égale à l'unité. Ce qu'il fallait faire voir.

9. *Discussion de la tangente.*

En appelant V l'angle SMT que la tangente en M forme avec le rayon passant par le point de contact, on sait que l'on a

$$\operatorname{tang} V = \frac{\rho}{\lim.\left(\frac{k}{h}\right)}.$$

Or on a

$$\rho = 2 - \sin^2\omega, \qquad \rho + k = 2 - \sin^2(\omega + h);$$

d'où l'on déduit successivement

$$k = [\sin\omega + \sin(\omega+h)][\sin\omega - \sin(\omega+h)],$$

$$k = 2\sin\left(\omega+\frac{h}{2}\right)\cos\left(-\frac{h}{2}\right).2\cos\left(\omega+\frac{h}{2}\right)\sin\left(-\frac{h}{2}\right),$$

$$\frac{k}{h} = -2\sin\left(\omega + \frac{h}{2}\right)\cos\left(\frac{h}{2}\right).\cos\left(\omega + \frac{h}{2}\right)\frac{\sin\left(\frac{h}{2}\right)}{\left(\frac{h}{2}\right)},$$

$$\lim.\left(\frac{k}{h}\right) = -2\sin\omega\cos\omega.$$

On aura donc

$$\tang V = \frac{\sin^2\omega - 2}{2\sin\omega\cos\omega}.$$

Au point D on a $\omega = 0$, et par suite $\tang V = \frac{-2}{0}$: en ce point, la tangente est donc perpendiculaire sur le rayon SD. ω croissant, le numérateur de tang V est négatif, le dénominateur est positif; la tangente de l'angle V est donc négative, en sorte que l'angle SMT est obtus depuis le point D jusqu'au point N exclusivement. Pour ce dernier point, on a

$$\omega = 90^\circ \quad \text{et} \quad \tang V = \frac{-1}{0}.$$

Au point N, la tangente est donc encore perpendiculaire sur le rayon SN, c'est-à-dire qu'en ce point elle est parallèle à l'axe polaire.

10. *Y a-t-il d'autres points de la courbe pour lesquels la tangente soit parallèle à l'axe polaire?*

Pour les découvrir, il suffit d'observer qu'en ces points l'angle V est évidemment le supplément de ω, ou que l'on a

$$\tang V = -\tang\omega.$$

En posant donc

$$(6) \qquad \frac{\sin\omega}{\cos\omega} = \frac{2 - \sin^2\omega}{2\sin\omega\cos\omega},$$

les valeurs de ω qui satisferont à cette équation indiqueront les directions des rayons qui rencontrent la courbe aux points où la tangente est parallèle à l'axe polaire.

On en déduit

$$\sin\omega = \frac{2 - \sin^2\omega}{2\sin\omega}, \qquad \sin\omega = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

En appelant β le plus petit arc positif dont le sinus est $\sqrt{\frac{2}{3}}$, il est visible que les points M, M′, m', m (*fig.* 2), correspondants à $\omega = \beta$, $\omega = 180 - \beta$, $\omega = 180 + \beta$, $\omega = 360 - \beta$, sont des points où la tangente est parallèle à l'axe polaire. D'après ce que l'on connaît de la courbe, on voit aussi que ces quatre points, également distants de l'axe polaire, sont ceux qui en sont le plus éloignés. Si l'on demande la distance commune de ces quatre points à l'axe polaire, on a

$$\mathrm{MP} = \rho\sin\beta = (2 - \sin^2\beta)\sin\beta = \left(2 - \frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{4}{3}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}},$$

quantité plus grande que A.

11. *En cherchant les points auxquels la tangente est parallèle à l'axe polaire, comment se fait-il que l'on n'ait pas retrouvé les points* N, L, *qui jouissent de cette propriété?*

C'est parce que, pour résoudre l'équation (6), à laquelle on avait été conduit pour trouver tous les points jouissant de cette propriété, on a supprimé, sans en tenir compte, le facteur $\frac{1}{\cos\omega}$, ce que l'on n'avait pas le droit de faire. En effet, pour $\omega = 90^\circ$, ce facteur devient infini. Le premier membre de l'équation (6), qui représente tang ω, devient donc infini, ainsi que le second membre, qui représente — tang V. Pour $\omega = 90^\circ$, on a donc

$$\operatorname{tang} V = -\operatorname{tang}\omega,$$

et l'on sait que c'est une condition suffisante pour qu'à cette valeur de ω il corresponde dans la courbe un point auquel la tangente soit parallèle à l'axe polaire. On voit de même qu'il doit correspondre un deuxième point analogue à $\omega = 270^\circ$.

En poursuivant cette discussion, on verrait que la courbe présente une inflexion I entre les points N et M; en sorte que, de N en I, elle tourne sa convexité vers l'axe polaire, et sa concavité de I en M, et que le point N est un point minimum, et M un point maximum, par rapport à ce même axe polaire.

12. *On a dit précédemment* (n° 3) *que l'on ne pouvait supposer* $\mu = 1$ *dans l'équation* (3); *que donnerait-elle si l'on y faisait cependant* $\mu = 1$?

On aurait

$$\sin\frac{\omega}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2 - (a-\rho)^2}{a\rho}}\,;$$

et comme

$$\sin\frac{\omega}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\omega}{2}},$$

en substituant, élevant au carré et réduisant, il viendra enfin

$$\rho^2 - 2a\cos\omega\,.\,\rho + a^2 - r^2 = 0.$$

En discutant cette équation, on trouvera facilement qu'elle représente un cercle dont le centre est sur l'axe polaire, à une distance du pôle représentée par a, et dont le rayon est r.

13. *Peut-on interpréter géométriquement ce résultat?*

Pour cela il suffit d'observer que, μ étant la cosécante de l'angle générateur du cône, à mesure que μ approche de l'unité, cet angle augmente et approche de 90 degrés, valeur qu'il atteint pour $\mu = 1$. Or il est visible qu'à cette limite la surface du cône est devenue un plan, que la courbe DM′N′ (*fig.* 1) est un cercle de rayon r, dont le centre est en O, distant de s d'une quantité a, et qu'enfin cette courbe doit être identique avec sa transformée ; ce qui est conforme à ce que l'on a trouvé par l'analyse.

14. *En considérant le plan de la base du cône comme un plan horizontal, et le plan* SAB *comme un plan vertical, trouver les équations des projections horizontales et verticales de la courbe* DM′N′ *du* n° 1.

Cette question peut être considérée comme un nouveau problème ainsi conçu :

Un cône droit circulaire est coupé par une sphère de rayon r dont le centre est situé sur la surface du cône ; on projette l'intersection de ces deux surfaces, 1° sur le plan de la base du cône ; 2° sur le plan des deux génératrices opposées passant par le centre de la sphère, et l'on demande les équations de ces deux projections.

Nous emploierons les mêmes données que précédemment, et, en outre, nous appellerons h la hauteur SI du cône (*fig.* 3). M′ étant un point quelconque de l'intersection des deux surfaces, si l'on mène la génératrice SM′K, le rayon IK et la droite M′m parallèle à l'axe SI, il est clair que le point m est un des points de la projection horizontale dont il faut trouver l'équation. Pour cela, nous prendrons des coordonnées polaires dont IA sera l'axe et I le pôle ; en sorte que l'on aura

$$\mathrm{I}m = \rho, \quad \mathrm{AIK} = \omega.$$

Cela posé, comme Im est la projection de SM′ sur le plan horizontal, en appelant α l'angle générateur du cône, on a successivement

$$\mathrm{I}m \text{ ou } \rho = \mathrm{SM}' \sin\alpha, \quad \mathrm{IK} \text{ ou } \mathrm{R} = b\sin\alpha \quad \text{et} \quad \mathrm{SM}' = \rho\,\frac{b}{\mathrm{R}}.$$

En joignant OM′ dans le triangle OSM′, on aura

$$\mathrm{OM}' = \mathrm{SO} + \mathrm{SM}'^2 - 2\mathrm{SO}\,.\,\mathrm{SM}'\,.\,\cos \mathrm{OSM}',$$

ou

$$(7) \qquad r^2 = a^2 + \frac{\rho\, b^2}{\mathrm{R}^2} - \frac{2ab}{\mathrm{R}}\,\rho\cos \mathrm{OSM}'.$$

Si l'on conçoit une sphère de rayon 1 ayant son centre en S, les trois plans ISK, ISA, KSA détermineront sur sa surface un triangle sphérique dont deux côtés seront chacun la mesure de l'angle α générateur du cône, dont le troisième côté sera la mesure de l'angle OSM', et dont l'angle opposé à ce dernier côté sera visiblement l'angle ω. Par une formule connue, on aura donc

$$\cos \mathrm{OSM}' = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \omega.$$

Comme $\sin \alpha = \frac{R}{b}$, $\cos \alpha = \sqrt{\frac{b^2 - R^2}{b^2}} = \frac{h}{b}$, il vient

$$\cos \mathrm{OSM}' = \frac{h^2 + R^2 \cos \omega}{b^2}.$$

En substituant cette valeur dans l'équation (7), il viendra, toute réduction faite,

$$(8) \qquad \rho^2 - \frac{2aR}{b}\left(\frac{h^2 + R^2 \cos \omega}{b^2}\right)\rho + (a^2 - r^2)\frac{R^2}{b^2} = 0.$$

Telle sera l'équation de la projection horizontale de l'intersection des deux surfaces.

Pour trouver l'équation de la projection verticale, nous conserverons les mêmes données que précédemment, et nous observerons que si l'on abaisse $M'm'$ perpendiculaire sur le plan ASB, le lieu des points tel que m' est celui dont il faut trouver l'équation. Pour cela, nous prendrons SO pour axe polaire, le pôle étant en S, en sorte que l'on aura

$$Sm' = \rho, \quad \mathrm{OSM}' = \omega.$$

On voit ensuite que l'on a

$$Sm' = \mathrm{SM}' \cos m'\mathrm{SM}',$$

d'où

$$\mathrm{SM}' = \frac{\rho}{\cos m'\mathrm{SM}'};$$

on a aussi

$$\overline{\mathrm{OM}}^2 = \overline{\mathrm{SM}}^2 + \overline{\mathrm{SO}}^2 - 2\,\mathrm{SM}'.\mathrm{SO}.\cos \mathrm{OSM}',$$

d'où

$$(9) \qquad r^2 = \frac{\rho^2}{\cos^2 m'\,\mathrm{SM}'} + a^2 - \frac{2a\rho.\cos \mathrm{OSM}'}{\cos m'\,\mathrm{SM}'}.$$

Si, comme précédemment, on conçoit une sphère de rayon 1 dont le centre soit en S, les plans des trois angles OSM', m'SM', OSM' détermineront sur sa surface un triangle sphérique dont un côté sera la mesure de l'angle ω, le second la mesure de l'angle m'SM', et le troisième la mesure de l'angle OSM'. L'angle du triangle sphérique opposé à ce dernier côté sera évidemment droit, puisque le plan SM'm' qui passe par M'm' est perpendiculaire sur le plan OSm'. On aura donc, par un théorème connu,

$$\cos \mathrm{OSM}' = \cos \omega \cos m'\,\mathrm{SM}';$$

d'où

$$\frac{\cos \mathrm{OSM}'}{\cos m'\,\mathrm{SM}'} = \cos \omega.$$

Cette même sphère, dont le centre est en S, déterminera un second triangle sphérique dont les côtés seront les mesures des angles $m'\mathrm{SI} = \alpha - \omega$, m'SM' et α. L'angle de ce triangle sphérique opposé au côté α étant droit, pour la même raison que précédemment, on aura

$$\cos \alpha = \cos m'\,\mathrm{SM}' \cos(\alpha - \omega);$$

d'ou

$$\cos m'\,\mathrm{SM}' = \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha - \omega)}.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (9), on aura

$$r^2 = \frac{\rho^2.\cos^2(\alpha - \omega)}{\cos^2 \alpha} + a^2 - 2a\rho \cos \omega.$$

En développant $\cos(\alpha - \omega)$, on en déduira facilement

$$(\rho \cos \omega + \operatorname{tang} \alpha . \rho \sin \omega)^2 - 2a\rho \cos \omega + a^2 - r^2 = 0.$$

Telle sera l'équation de la projection verticale de l'intersection des deux surfaces. Si l'on passe aux coordonnées rectilignes rectangulaires, elle deviendra

$$(10) \qquad (x + \tang \alpha . y)^2 - 2ax + a^2 - r^2 = 0.$$

La projection verticale est donc une courbe du second degré; on voit même que c'est une parabole, puisque les termes du second degré forment un carré parfait par rapport aux variables. M. Binet a démontré que, lorsque deux surfaces du second ordre ont un plan principal commun, leur intersection se projette toujours sur ce plan principal suivant une courbe du second degré. Le plan ASB pouvant visiblement être considéré comme un plan principal commun à nos deux surfaces, on pouvait prévoir, d'après le théorème de M. Binet, que leur intersection se projetterait dans ce plan selon une courbe du second degré.

15. *Faire subir aux équations des deux projections les simplifications du* n° 3.

Si l'on introduit dans (8) l'hypothèse $a = r = 1$ et $\frac{R}{b} = \frac{1}{2}$, comme $h^2 = b^2 - R^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$, l'équation de la projection verticale sera

$$\rho - \frac{(3 + \cos \omega)}{4} \rho = 0,$$

qui se décompose en

$$\rho = 0, \qquad \rho = \frac{3 + \cos \omega}{4}.$$

L'équation $\rho = 0$ représente un point isolé situé au pôle 1, ce qui est convenable. Quant à la courbe $\rho = \frac{3 + \cos \omega}{4}$, nous la laissons à discuter, ce qui ne présente pas de difficulté.

Si l'on fait $a = r = 1$ dans l'équation (10) de la projection verticale, elle deviendra d'abord

$$(x + \operatorname{tang} \alpha y)^2 - 2x = 0\,;$$

et, comme avec l'hypothèse $\frac{R}{6} = \frac{1}{2}$, on a évidemment

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \operatorname{tang} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dans ce cas particulier, l'équation de la projection verticale sera

$$\left(x + \frac{y}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2x = 0.$$

En discutant cette courbe dans sa véritable position, on trouve que c'est une parabole DNS (*fig.* 2) qui passe par les points D, N', S; qu'en ce dernier point elle est tangente à SB' perpendiculaire sur SA ; que son axe est parallèle à AB, et que son foyer est situé sur la génératrice SB (*).