

Limite d'un produit de cosinus en nombre infini (Briot, géométrie analytique)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8 (1849), p. 459-460

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__459_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LIMITE D'UN PRODUIT DE COSINUS EN NOMBRE INFINI.

(BRIOT, Géométrie analytique.)

THÉORÈME. *La limite du produit infini*

$$\cos a \cos \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2^2} \cos \frac{a}{2^3} \cdots$$

est $\frac{\sin 2a}{2a}$.

Démonstration. Soient

$$\cos a \cos \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2^2} \cdots \cos \frac{a}{2^n} = P,$$

$$\sin a \sin \frac{a}{2} \sin \frac{a}{2^2} \cdots \sin \frac{a}{2^n} = Q;$$

on en tire, par voie de multiplication,

$$\frac{1}{2^{n+1}} \frac{\sin 2 a Q}{\sin \frac{a}{2^n}} = PQ;$$

d'où

$$P = \frac{\sin n 2 a}{2^{n+1} \sin \frac{a}{2^n}};$$

n devenant infini, $\sin \frac{a}{2^n}$ devient égal à $\frac{a}{2^n}$, et par là

$$P = \frac{\sin 2 a}{2 a} \text{ à la limite.}$$