NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

L. NICOLAS

Question 216

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 442

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__442_0>

QUESTION 216

(voir p. 394),

PAR M. L. NICOLAS,
Élève au lycée d'Aix.

Dans un tétraèdre OABC, trirectangle en O, la somme des carrés des tangentes des angles ABO, ACO est égale au carré de la tangente de l'angle dièdre qui a pour arête BC.

Abaissons OD perpendiculaire sur l'arête BC, et joignons DA ; l'angle ODA sera l'angle rectiligne correspondant à l'angle dièdre BC.

Désignons OD par r et DOB par a, nous aurons

$$OB = \sec a, \quad OC = \operatorname{cosec} a,$$

et la formule

$$\frac{1}{\sec^2 a} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 a} = \frac{1}{r^2},$$

nous donnera

$$\frac{1}{\overline{OB}^2} + \frac{1}{\overline{OC}^2} = \frac{1}{\overline{OD}^2};$$

et de là

$$\frac{\overline{OA}^2}{\overline{OB}^2} + \frac{\overline{OA}^2}{\overline{OC}^2} = \frac{\overline{OA}^2}{\overline{OB}^2},$$

ou bien

$$\operatorname{tang}^2 OBA + \operatorname{tang}^2 OCA = \operatorname{tang}^2 ODA. \qquad C.Q.F.D.$$

Note. Ce théorème a été aussi démontré et généralisé par M. E. Ploix, du lycée de Versailles. Nous donnerons ce travail prochainement.