NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 429-434

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__429_1>

BIBLIOGRAPHIE (*).

Traité élémentaire d'Algèbre; par MM. *Choquet*, docteur ès sciences, ancien répétiteur à l'École d'artillerie de la Flèche, professeur de mathématiques; et *Mayer* (**), ancien élève de l'École Polytechnique, chef d'une institution préparatoire pour cette École, membre de la Légion d'honneur; ouvrage autorisé par l'Université. Cinquième édition, revue, corrigée et augmentée. Paris, 1849; in-8° de xv et 638 pages. M. *Bachelier*, imprimeur libraire.

La réputation de ce Traité a commencé avec son apparition en 1832. Cette réputation s'est toujours maintenue dans les éditions subséquentes et augmentera avec cette cinquième édition. C'est que le savant auteur sait approprier à l'enseignement les travaux des géomètres qui agrandissent ou transforment la science. L'ouvrage n'est pas seulement augmenté, mais encore enrichi; ce qui n'est pas toujours la même chose. On y lit une discussion *générale* des formules relatives à un système de n équations du premier degré à n inconnues; le théorème de Fermat

(*) Tous les ouvrages annoncés dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* se trouvent chez M. Bachelier, libraire, quai des Augustins, n° 55.

(**) Mort en 1841.

et d'autres théorèmes arithmologiques. Le chapitre XX, entièrement nouveau, traite de l'élimination, des fonctions symétriques et des racines imaginaires, des convergences de séries, le tout d'après M. Cauchy. Fidèle à la maxime, *suum cuique*, si rarement pratiquée, l'auteur indique les ouvrages dont il s'est inspiré : ce qui est d'un bon exemple dans un temps où tant d'honnêtes philosophes attaquent théoriquement la propriété, en attendant mieux.

On doit attribuer à un oubli involontaire l'omission des noms d'Euler et de Bret, créateurs d'une méthode d'élimination perfectionnée par M. Labbatie et à laquelle M. Sarrus a donné de l'élégance ; méthode pénible qui devrait disparaître des éléments pour être remplacée par la méthode si simple de M. Sylvester. Nous croyons aussi devoir signaler comme lacunes regrettables : 1° les procédés de formation effective des classes combinatoires; sans ces procédés, on ne peut former les fonctions cramériennes ; 2° quelques théorèmes sur ces fonctions, autrement dites *déterminantes*, qui occupent aujourd'hui une si grande place dans l'analyse ; 3° l'algorithme leibnitzien pour les dérivées ; 4° les dérivées des monômes transcendants ; 5° les théorèmes principaux sur les dérivées et sur les fonctions homogènes.

Ce Traité est un ouvrage sérieux, destiné à ceux qui veulent apprendre la science et non exclusivement à ceux qui ont tel ou tel examen à subir, tel ou tel examinateur à satisfaire ; en un mot, nous possédons maintenant d'excellents prolégomènes à l'*Algèbre supérieure* de M. Serret. Une analyse complète nous mènerait trop loin. Nous aurons d'ailleurs souvent occasion de mentionner cette riche collection de vérités mathématiques. Nous conseillons aux élèves de copier par ordre de matières les théorèmes de cette collection et de les étudier sur la copie. Car la science ne se compose pas de connaissances juxtaposées dans la mémoire, mais de vérités enchaînées les unes aux autres dans l'intelligence. C'est là l'immense prépondérance, souvent incomprise et méconnue, de l'analyse algébrique, d'avoir établi une concaténation entre le *nombre*, l'*espace*, le *temps*, la *force*; quatre idées primordiales qui rendent l'apperception de l'univers matériel possible à l'esprit.

L'exécution typographique de cette cinquième édition ne laisse rien à désirer, et justifie les récompenses (*médailles d'argent*) que le Jury de l'Exposition vient d'accorder à M. Bachelier, Imprimeur-Libraire de l'École Polytechnique et du Bureau des Longitudes; et à son intelligent Prote, M. Bailleul, Président de la Société fraternelle des Protes des Imprimeries typographiques de Paris.

MÉMOIRE SUR LES FONCTIONS ARBITRAIRES EXPRIMÉES PAR DES INTÉGRALES DOUBLES; par M. *A. Pioche*, professeur d'analyse à l'École militaire. In-4° de 74 pages, 1 lithographie.

Ce Mémoire, couronné par l'Académie de Bruxelles, doit plaire particulièrement aux personnes qui aiment les représentations graphiques des expressions analytiques. On fait voir très-clairement comment certaines intégrales doubles peuvent exprimer des polygones fermés ou ouverts, dont les côtés sont des courbes de diverses espèces, ou même des portions de courbes de diverses espèces entièrement séparées les unes des autres; et, dans une note, l'auteur démontre la *discontinuité réelle* et non *formelle* de ce genre d'intégrales, et il a l'idée singulière d'exprimer, par une intégrale dôuble, l'air national des Anglais : *God save the king* (*), l'intégrale double

(*) On dit que l'air est de Lulli. (Les paroles sont aussi d'origine française.)

devient ici une intégrale simple (*voir* page 41). La représentation graphique est une réunion consécutive d'autant de droites parallèles à un axe qu'il y a de notes. La longueur et la hauteur de chaque parallèle correspondent à la durée et la hauteur du ton relativement à la tonique, le tout est fondé sur le célèbre théorème créateur de Fourier. On en possède au moins six à sept démonstrations. Celle de M. Pioche, et c'est l'objet spécial du Mémoire, est la plus directe, à ce que je sache, et elle est déduite d'une méthode qui mérite d'être méditée par tous les professeurs. Quelques intégrales déterminées pourraient s'obtenir plus simplement : il n'est pas exempt de quelques inexactitudes.

MÉMOIRE SUR LES POINTS SINGULIERS DES SURFACES; par M. *Benjamin Amiot*. In-4° de 48 pages, 1 lithographie; 1846. (Extrait du tome XXI des *Mémoires couronnés de l'Académie royale de Bruxelles*.)

On a beaucoup écrit sur les points singuliers des lignes et très-peu sur ceux des surfaces : c'est que la matière est plus difficile. Signaler les divers genres de singularités, les classer et les énumérer, ne sont pas choses aisées. Il est vrai que toutes les fois qu'en un point d'une surface, un coefficient différentiel ou certaine fonction de coefficients différentiels, se présente sous la forme 0, $\frac{1}{0}$, $\frac{0}{0}$, ou sous une forme imaginaire, il peut y avoir quelque *singularité* en ce point, et *vice versâ*. Mais la question est de décrire la singularité *géométrique* qui correspond à la singularité analytique, ou bien on peut se donner la singularité géométrique et chercher la propriété analytique qui y correspond. La première marche, plus philosophique, est très-longue. Par ce motif, sans doute, l'auteur a suivi la seconde marche. Il considère d'abord le *sens* des coubures de la surface. Un plan tangent divise l'espace général en deux régions. Il s'agit de savoir si la surface se trouve dans l'une seulement de ces régions ou dans les deux à la fois. Le paraboloïde elliptique présente le premier cas, et le paraboloïde hyperbolique le second; aussi, en chaque point M de la surface, l'auteur conçoit un paraboloïde osculateur, ayant son axe parallèle à celui des z, ce qui le détermine complétement. Le *sens* des courbures de ce paraboloïde indique le sens des courbures de la surface. Ainsi deux points M et M′ ont des courbures dans des *sens* différents, parce qu'à l'un correspond un paraboloïde osculateur elliptique, et à l'autre un paraboloïde osculateur hyperbolique, ou bien encore, les deux paraboloïdes peuvent être de même espèce, mais tournés dans des sens opposés. Si l'on mène entre M et M′ une ligne arbitraire sur la surface, il y aura nécessairement un point N compris entre M et M′ où la courbure d'une partie de la surface changera de sens et non l'autre. M et M′ étant suffisamment rapprochés, si les deux paraboloïdes sont d'espèces différentes, le point intermédiaire N est un point d'inflexion *partielle;* s'ils sont de même espèce, l'inflexion est *complète;* la ligne MM′ étant arbitraire, l'ensemble des points N donne une *ligne d'inflexion* soit *partielle,* soit *complète.* De là, l'auteur passe aux *points multiples*, aux *lignes multiples,* aux *lignes de rebroussement*, aux *points de jonction* (tel est le sommet d'un cône); aux *points saillants* (tel est le point culminant d'une surface engendrée par une courbe plane, à point de rebroussement, tournant autour de la tangente en ce point). Par des considérations simples, claires, l'auteur obtient, pour ces divers cas, les conditions *analytiques.* Pour les points multiples, etc., on examine l'intersection du plan tangent avec une sphère différentielle ayant son centre au point de contact. Ce moyen, aujourd'hui si fréquemment employé, n'a-t-il pas été indiqué une première fois par M. Sturm (*)? Voici les équations des surfaces discutées dans ce Mémoire :

$$z^2+y^2-x^3-ax^2=0; \qquad z^3+xy^2-x=0;$$

$$a^2z^2+x^4+z^2y^2-a^2x^2=0; \qquad (z-x^2)^2-(x-y)=0.$$

L'auteur ne fait usage que de coordonnées rectangulaires, c'est-à-dire qu'il considère chaque surface comme le lieu géométrique du sommet d'un parallélipipède rectangle, opposé à un sommet fixe dont partent trois arêtes données de directions et dont les tangentes sont liées par une équation donnée. On peut espérer que le savant géomètre auquel on doit de si belles propriétés focales voudra compléter son travail et, adoptant la méthode commode de M. Plucker, considérer les surfaces comme enveloppes de plans; cette méthode procure de nouvelles conditions analytiques, et montre les relations entre les *singularités* de la surface et celles de sa polaire réciproque, par rapport à une sphère. En même temps, cette méthode remplit une lacune; il s'agit de savoir combien une surface de degré donné peut avoir de points singuliers, de lignes singulières, et même combien elle admet de plans tangents touchant les surfaces en plusieurs points, ou même suivant une ligne, comme dans les surfaces développables ou dans le tore, etc.

(*) On a dit de Sieyes, que son silence était une calamité. Cela s'applique avec plus de vérité à d'autres esprits éminents.