J. MURENT

Solution de la question 100

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 412-413

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__412_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 100

(Voir t. VIII, p. 107);

PAR M. J. MURENT (DE CLERMONT-FERRAND).

Inscrivant une droite dans l'angle des asymptotes d'une hyperbole, de telle sorte qu'elle intercepte un triangle dans cet angle, et un segment dans l'hyperbole; la droite allant en s'éloignant du centre parallèlement à elle-même, la limite de l'aire du segment, divisée par l'aire du triangle, est égale à l'unité.

Démonstration. Concevons l'hyperbole rapportée à deux diamètres conjugués, dont l'un passe par le milieu de la droite interceptée, l'autre étant alors parallèle à cette droite. Soient S l'aire du segment, T l'aire du triangle et A l'aire asymptotique variable; nous aurons identiquement

$$\frac{S}{T} = \frac{T - A}{T} = 1 - \frac{A}{T};$$

et, en supposant que la droite s'éloigne indéfiniment du centre en restant parallèle à elle-même,

$$\lim \frac{S}{T} = 1 - \lim \frac{A}{T}.$$

Or, d'après une remarque de M. Terquem (*voir* t. V, p. 388), l'aire asymptotique, quoique devenant infinie à la limite, est cependant infiniment petite par rapport à l'aire du segment, et, à fortiori, par rapport à l'aire du triangle; donc

$$\lim \frac{A}{T} = 0,$$

et, par conséquent,

$$\lim \frac{S}{T} = 1.$$