NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 386-392

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__386_1>

BIBLIOGRAPHIE (*).

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE COSMOGRAPHIE rédigé d'après le programme universitaire, à l'usage des élèves des classes de rhétorique, des candidats au baccalauréat ès lettres et à l'École militaire; par *B. Amiot*, professeur de mathématiques supérieures au lycée Monge (**). Paris, 1848, in-8°; XII et 282 pages; 7 planches gravées et un planisphère.

Sous le titre modeste de *Cosmographie*, on a ici le rudiment d'une bonne astronomie planétaire et stellaire.

(*) Tous les ouvrages annoncés dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* se trouvent chez M. BACHELIER, libraire, quai des Augustins, n° 55.

(**) Redevenu lycée Saint-Louis.

Le savant auteur a dû faire beaucoup de recherches avant d'écrire, ce qui est rare en France, et il n'est pas dit qu'on en fasse même après avoir écrit. Il est si doux de rester persuadé, qu'à la façon des araignées, comme dit Bacon, on a tout tiré de soi-même! Nous signalons une heureuse exception. Nous essayerons prochainement de justifier cet éloge et d'indiquer quelques améliorations dont la rédaction et le contenu semblent susceptibles.

De novo systemate coordinatarum. Dissertatio mathematica, quam ad summos in philosophia honores ab amplissimo philosophorum ordine in Academia Fridericia Guilelmia Rhenana rite impetrandos scripsit et una cum thesibus adjectis die XVII mensis Martii A. MDCCCXLIX publice defendet Guilelmus Stammer, sod. ext. sem. Phys. Bonn. Bonnæ, MDCCCXLIX; in-8°; 58 p., 3 lithogr.

Voici en quoi consiste ce système: soient $x^2+y^2-1=0$ l'équation d'un cercle; X, Y les coordonnées d'un point M situé dans le plan du cercle, et MP, MP′ deux tangentes menées au cercle; F un point fixe pris sur l'arc PP′. Soient

$$\mathrm{FP}=\varphi,\quad \mathrm{FP}'=\varphi';$$

on trouve facilement

$$(1)\quad \begin{cases} X\cos\frac{1}{2}(\varphi+\varphi')=\sin\frac{1}{2}(\varphi-\varphi'); \\ Y\cos\frac{1}{2}(\varphi+\varphi')=\cos\frac{1}{2}(\varphi-\varphi'); \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \varphi=\text{arc tang}\sqrt{X^2+Y^2-1}+\text{arc tang}\frac{X}{Y}; \\ \varphi'=\text{arc tang}\sqrt{X^2+Y^2-1}-\text{arc tang}\frac{X}{Y}. \end{cases}$$

Si donc $F(x, y) = 0$ est l'équation d'une ligne plane, axes rectangulaires, en décrivant une circonférence de l'origine comme centre, avec le rayon $= 1$, à l'aide des formules (1), on peut remplacer les coordonnées x, y par les nouvelles coordonnées φ et φ', et *vice versâ*. Si l'équation de la courbe est exprimée selon le nouveau système, on passe à l'ancien système au moyen des formules (2). Toute la dissertation roule sur la discussion de la courbe donnée par l'équation $\varphi + a\varphi' = 0$. Dans le cas général, la courbe a plusieurs branches infinies qui touchent le cercle *axe* représenté par $x^2 + y^2 - 1 = 0$. Comme pour tout autre système de coordonnées, il est probable qu'il y a des questions où celui-ci présente des facilités. Il ne peut s'étendre à la géométrie de l'espace, c'est un inconvénient. On peut remplacer le cercle axe par une conique quelconque; alors on n'a plus que des relations *différentielles* qui peuvent, dans certains cas particuliers, devenir algébriques. On en a un exemple dans le théorème de M. Chasles, sur les coniques homofocales (*voir* tome III, page 425).

La dernière page est intitulée *Vita*. L'auteur nous apprend qu'il est né le 10 juin 1826, à Lutzelbourg, dans la foi catholique; que sa mère, Dorothée Cramer, lui a enseigné les premiers éléments de calcul, et son père, Henri, les éléments des langues. En 1838, il est entré à l'*Athénée* de son endroit, et en 1845, il a été admis au nombre des étudiants de l'Université de Bonn. Il a fréquenté le cours de mathématiques de M. Plucker, le célèbre géomètre, aujourd'hui professeur de physique. Cet usage de donner ce genre de renseignements me paraît devoir être imité; il épargnerait des tourments aux biographes futurs, si le candidat acquiert de la célébrité, et, en tous cas, cela ne saurait nuire.

Il serait convenable d'exiger une dissertation mathématique des aspirants à l'enseignement de la philosophie. Prétendre enseigner cette science sans connaître les procédés et les méthodes de la haute géométrie est une prétention qui aurait paru souverainement absurde à Platon, Aristote, Descartes, Leibnitz, Gassendi, Spinosa, Malebranche, Kant, hommes compétents. Il est singulier qu'aucun de nos philosophes ne s'occupe de sciences, soit exactes, soit physiques ou naturelles. Pourtant, sans ces connaissances fondamentales, la philosophie, devenue une branche purement littéraire, dégénère en un beau parlage, fournissant matière à des écrits éloquents, à des livres plus ou moins amples, mais ne créant, ne fondant rien. Aussi les jeunes adeptes de cette école semblent, comme les *goules* des *Mille et une Nuits*, ne se repaître que de cadavres, et, sous le nom d'*histoire*, ne chercher qu'à *repenser* ce qu'ont pensé d'illustres morts, et qui, s'ils ressuscitaient, penseraient, le plus souvent, bien différemment. Si ce divorce entre la science et la philosophie se continue, celle-ci seule aurait à en souffrir et tomberait dans un grand discrédit; et toutefois la philosophie est un des plus nobles besoins de l'esprit humain.

COURS D'ALGÈBRE SUPÉRIEURE, professé à la Faculté des sciences de Paris; par *J.-A. Serret*, examinateur pour l'admission à l'École Polytechnique. Paris, 1849; in-8° de 400 pages, 1 planche (chez Bachelier, libraire).

Ouvrage destiné à exercer une heureuse influence, dans les lycées, sur l'étude des mathématiques supérieures, admettant qu'on attache un sens à cette nouvelle dénomination. Les professeurs trouvent ici réunies des théories très-disséminées, formant par leur importance l'âme de la science. L'exposition est constamment élémentaire; car lorsque les échelons sont en nombre suffisant, bien placés et clairement indiqués, tout devient élémentaire, même les plus hautes abstractions de l'arithmologie, les calculs les plus compliqués de la *Mécanique céleste*. Nous aurons souvent occasion de citer cette importante production, d'enrichir nos *Annales* de ses résultats, d'en signaler les lacunes et même quelques légers défauts. Aux riches, on a le droit de demander beaucoup.

Analyse de l'ouvrage de Stewart (*), intitulé : QUELQUES THÉORÈMES GÉNÉRAUX D'UN GRAND USAGE DANS LES HAUTES MATHÉMATIQUES ; par M. *Breton* (de Champ), ingénieur des Ponts et Chaussées. In-4° de 52 pages, 1849. (Extrait du *Journal de Mathématiques*, t. XIII, 1848.)

Le titre anglais est : *Some general theorems of considerable use in the higher parts of mathematics; by* Mattew Stewart. Edimburgh, 1746. C'est ce premier ouvrage qui a établi tout de suite sa réputation. M. Gérono, mon corédacteur, a en portefeuille une traduction complète qu'il a faite, il y a plusieurs années, de cet ouvrage rare, même en Angleterre. Le problème qui est énoncé aux *Nouvelles Annales* (tome II, page 96) est extrait de cette traduction. Ce même problème a attiré l'attention de M. Breton, et nous a valu le travail distingué que nous devons faire connaître.

L'ouvrage de Stewart renferme soixante-quatre énoncés, et il n'en a démontré que *cinq*. Trois de ces propo-

(*) Né à Rothsay (Écosse), en 1717, la même année que d'Alembert; mort à Édimbourg, le 23 janvier 1785; il a eu pour successeur, dans la chaire de professeur à l'Université, son fils, le célèbre philosophe Dugald Stewart; succession tellement rare, qu'on n'en connaît encore que deux exemples dans les illustres familles de Bernouilli et de Herschel. Il est vrai que Louis Euler était un géomètre de grand mérite; mais son éclat se perd dans les rayons de l'auréole paternelle.

sitions, savoir : la quarante-quatrième, la quarante-sixième et la quarante-huitième, sont d'un énoncé extrêmement général; les autres propositions en sont des simples corollaires; il y a, en outre, quelques théorèmes particuliers. Le but du Mémoire est de démontrer que les *trois* propositions fondamentales sont *fausses* dans leur énoncé général, et ne sont vraies que pour les cas particuliers qui forment les autres propositions. Voici une de ces propositions analytiquement exposée.

Soient a_i, b_i les coordonnées rectangulaires données d'un point; l'indice i peut prendre les m valeurs de 1 à m, nombre entier donné; de sorte qu'on a $2m$ coordonnées de m points donnés. Soient α_p, β_p les coordonnées rectangulaires d'un point *cherché* et à déterminer: l'indice p peut prendre n valeurs de 1 à $n+1$, de sorte qu'il y a $2n+2$ coordonnées de $n+1$ points à déterminer. On suppose $n < m-1$; x, y sont les coordonnées d'un point quelconque du plan. Faisons

$$(x-a_i)^2+(y-b_i)^2=d_i^2, \quad (x-\alpha_p)^2+(y-\beta_p)^2=\delta_p^2.$$

Stewart avance qu'on peut toujours déterminer α_p, β_p, de telle sorte que l'on ait l'*identité*

$$\frac{S.k_i d_i^{2n}}{k_1+k_2+\ldots k_m}=\frac{S.\delta_i^{2n}}{n+1}, \tag{1}$$

où k_i présente un coefficient donné; dans le membre à gauche, le signe S est une somme où l'on prend i de 1 à m, et dans le membre à droite la somme s'étend de 1 à $n+1$. C'est la proposition quarante-quatrième. L'équation (1) est de degré $2n-1$ en x et y, et contient, par conséquent, $n(2n+1)$ coefficients, lesquels, devant s'annuler, fournissent autant d'équations entre $2n+2$ indéterminées; lorsque $n>1$, le nombre des équations dépasse le nombre des indéterminées, il reste donc $2n^2-n-2$ équations de conditions entre les données de la question. La proposition n'est donc vraie qu'autant que ces conditions subsistent, et M. Breton démontre que cela n'arrive pas toujours. Pour $n=2$, on a dix équations entre six indéterminées; mais l'auteur fait un tel choix d'axes, qu'on n'a plus que huit équations symétriques entre six inconnues. En combinant habilement ces équations, l'auteur obtient une équation entre les données de la question, qui devrait être indépendante de ces données et disparaître d'elle-même, et il est facile de s'assurer qu'*en général* cela n'a pas lieu. Donc la proposition quarante-quatrième n'est pas exacte ; inexactitude qui affecte également les deux autres propositions fondamentales. Nous n'avons pas le temps de vérifier ces calculs; mais le talent et le soin consciencieux de l'opérateur sont des garanties. M. Breton aura rendu un grand service en signalant des erreurs qui remontent à un siècle, et que la grande autorité de Stewart a empêché de soupçonner. Cette *Analyse* est terminée par une table de concordance entre les soixante-quatre propositions de Stewart et les articles du Mémoire. A l'aide de cette table, nous donnerons successivement les principales propositions. Ce sont des exercices pour les deux géométries, synthétique et analytique.