DE SAINT-VENANT

Cinématique. Sur les mouvements relatifs à des systèmes quelconques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 326-340

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__326_1>

CINÉMATIQUE. — SUR LES MOUVEMENTS RELATIFS A DES SYSTÈMES QUELCONQUES;

PAR M. DE SAINT-VENANT.

I. — *Exposé.*

Il est souvent fort utile, lorsque l'on possède les données nécessaires à la détermination du mouvement d'un point matériel, regardé comme mouvement *absolu*, d'en déduire son mouvement *relatif* à un système solide se mouvant lui-même d'une manière quelconque dans l'espace. Le second mouvement une fois trouvé, l'on obtient immédiatement, si on le désire, le premier, auquel on ne serait arrivé d'une manière directe qu'avec une difficulté incomparablement plus grande dans certains cas (*).

M. Coriolis a donné et démontré, par l'analyse, un beau théorème servant à faire, d'une manière générale, la déduction dont nous parlons (**).

M. Belanger (***) et M. J. Bertrand (****) l'ont dé-

(*) Par exemple, dans le cas où le point matériel glisse dans un tuyau tournant, ou dans un autre appareil mobile.

(**) *Journal de l'École Polytechnique,* XXIV^e cahier (1835), pages 142 à 148; ou mieux, *Traité de la mécanique des corps solides et du calcul des machines,* 1844; n^{os} 27 à 29.

(***) *Cours de Mécanique,* 1847; n^{os} 256 à 266.

(****) *Journal de l'École Polytechnique,* XXXII^e cahier (1848), pages 149 à 154.

montré depuis, presque sans calcul, en s'appuyant seulement sur l'expression algébrique de l'espace parcouru en vertu d'un mouvement uniformément accéléré composé avec un mouvement uniforme; ce qui revient à remplacer, par de petites paraboles, les portions de trajectoires décrites dans l'espace et dans le système mobile, pendant un temps infiniment court (*).

Bien que la démonstration de M. Bertrand, fondée ingénieusement sur une considération de mouvements fictifs introduits par Clairaut (**), ait un haut degré de simplicité, j'ai pensé qu'on pourrait en voir avec intérêt une autre qui tire directement le théorème de Coriolis des premières notions de la mécanique, ou plutôt, des définitions mêmes formant la base de la cinématique (***) ou géométrie du mouvement. Cette démonstration se borne (n° VI ci-après) à mettre en regard, pour chaque trajectoire, deux de ces éléments rectilignes et parcourus uniformément, qu'il faut bien toujours considérer pour y avoir deux vitesses et la force à laquelle on attribue leur différence. Elle s'étend au cas où le mouvement dont on possède les données est *relatif*, comme l'autre, à un système qu'on ne suppose point immobile, et même au cas où les deux systèmes auxquels on rapporte le mouvement du point matériel ne seraient point *invariables*, ou se composeraient de points dont les distances mutuelles

(*) Il y en a encore une démonstration assez brève dans un Mémoire lu à l'Académie, le 15 septembre 1845 (*Comptes rendus*, t. XXI, p. 623) : elle est fondée sur l'emploi d'une sorte de différentiation qui comprend à la fois les changements de grandeur et les changements de direction des lignes dans l'espace. Mais on peut la dégager facilement du nouvel algorithme proposé, en raisonnant sur une figure.

(**) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1742.

(***) On sait que ce nom a été proposé par Ampère (*Essai sur la philosophie des Sciences*, 1834; 1re partie, p. 50) pour désigner la science du mouvement considéré en lui-même et indépendamment de ses lois physiques, ou, comme on dit, des ses *causes*.

ne restent pas les mêmes, ce qui rend le théorème plus général.

II. — *Définitions.*

Voyons bien, d'abord, comment on doit entendre le mouvement d'un point relativement à ces divers systèmes supposés mobiles les uns dans les autres, lorsqu'on s'astreint, comme nous ferons, à ne raisonner que sur des choses observables, telles que des *distances mutuelles* de points, et lorsqu'on ne s'occupe aucunement du *mouvement absolu,* que l'un des systèmes peut posséder dans ce qu'on appelle l'*espace immobile,* ni même de savoir si ce mouvement et cet espace, dont on n'a pu encore assigner les repères fixes, sont quelque chose de réel, ou bien de pures créations de notre imagination (*).

Pour arriver à connaître la suite des distances où se trouvent les uns des autres les divers points des corps, ce qui est l'objet général de la mécanique, on en choisit d'abord quelques-uns dont les distances mutuelles sont, ou constantes, ou connues d'avance pour tous les instants, et l'on détermine les distances successives des autres à ceux-ci, pour en déduire géométriquement toutes les distances cherchées.

Système. C'est l'ensemble des points ainsi choisis, pour y rapporter tous les autres, qui constitue ce que nous appelons un *système* de comparaison ou de rattachement. Tel est notre globe terrestre : tel peut être tout appareil solide, comme un navire, ou une roue hydraulique; tel peut être, même, avec utilité dans certains cas, un courant fluide étudié d'avance, et dont les diverses parties,

(*) Laplace semble reconnaître notre complète ignorance à cet égard (*Mécanique céleste,* art. 1).

en glissant parallèlement les unes devant les autres, changent de distance mutuelle suivant une loi connue (*).

Milieu. Bien que trois points suffisent à la rigueur pour remplir cet objet, il est commode d'embrasser dans chaque système tous les points géométriques compris dans une étendue indéfinie. Cela est bien permis, en supposant tous ces points liés à ceux primitivement choisis, de sorte que les distances des uns aux autres restent, ou constamment les mêmes, ou soumises à une même loi de changement continu avec le temps. Nous pouvons regarder ainsi, avec M. Saint-Guilhem (**), tout système comme un *milieu* indéfini, dont chaque point coïncide successivement avec différents points des autres milieux ou systèmes, et est toujours retrouvable dans le sien à un instant donné, parce qu'il est caractérisé, à chaque instant, par ses distances aux points reconnaissables du même système.

Dès lors, le mouvement dans un système ou milieu quelconque peut se concevoir très-facilement, sans penser seulement à l'existence du mouvement dit *absolu*, et sans regarder, ainsi qu'on le fait quelquefois, tout autre mouvement comme n'étant qu'une *apparence*, une illusion d'un observateur entraîné à son insu avec un système. Et nous pouvons donner la définition de tout ce qui s'y rapporte sans parler, non plus, de ces axes ou de ces plans coordonnés fixes ou mobiles, dont la considération n'est utile qu'au moment où l'on sort des généralités pour passer au calcul analytique des grandeurs particulières à chaque cas.

(*) C'est plutôt, alors, l'ensemble des centres de gravité des éléments ou groupes moléculaires fluides, que l'on prend pour système de rattachement, car les molécules individuelles ont des mouvements imperceptibles bien plus compliqués; et ce sont surtout ces derniers mouvements qu'il est utile de rapporter à un pareil système.

(**) *Mémoire sur le mouvement d'un système de points matériels dans un milieu absolu et dans un milieu relatif;* brochure publiée chez Paya, à Toulouse, vers 1843.

III. — *Suite des définitions.*

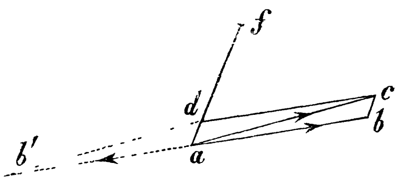
Mouvement et *repos*. Tout point matériel m, étranger à un système ou milieu A, *occupe* à chaque instant, comme l'on voit, un des points de ce milieu ou système. On dit qu'il est *en repos* dans A, ou relativement à A, s'il y occupe constamment le même point, ou si ses distances aux autres points de A suivent la loi de constance ou de variation continue particulière à ce système. Il y est *en mouvement,* si, aux divers instants qui se succèdent, il y occupe des points différents.

Trajectoire. Dans ce dernier cas, la suite des points ou *emplacements* qu'il y a occupés, ou y occupera, forme la *trajectoire* du mouvement de m dans A ou relativement à A. trajectoire ou sillon dont la forme reste constante si le système est invariable.

Vitesse. La *vitesse* du mouvement du point matériel m dans le système ou milieu A, ou la vitesse de m relative à A, est, pour un instant donné, une ligne droite finie dont la direction est celle de l'élément infiniment petit de la trajectoire, parcouru entre cet instant et un instant suivant; et dont la grandeur est le quotient de cet élément par le temps, aussi infiniment petit, écoulé entre les deux instants. Il est inutile de dire que si, ce que nous supposons, le mouvement de m dans A est soumis à la loi de continuité, cette direction et cette grandeur de la vitesse sont les mêmes, quelles que soient les longueurs de l'élément et du temps mis à le parcourir, pourvu qu'elles soient infiniment petites, et comptées, l'une à partir du même point de la trajectoire, l'autre à partir de l'instant où m occupait ce point.

Force (envisagée cinématiquement). La comparaison géométrique, dans un même milieu, de deux vitesses différant infiniment peu de grandeur et de direction, donne ce qu'on appelle *la force* regardée comme capable de changer l'une de ces deux vitesses dans l'autre pendant un temps infiniment court. La force (accélératrice et déviatrice) considérée d'une manière purement géométrique, ou indépendamment de toute idée métaphysique de *cause seconde* efficiente, n'est autre chose qu'une certaine ligne droite finie af (*fig.* 1) ayant pour direction, dans un milieu, celle de la ligne infinitésimale ad qui, composée avec la première vitesse ab, donne pour *résultante géométrique* une ligne ac égale et parallèle à la deuxième vitesse; et ayant pour longueur le rapport de cette petite ligne ou vitesse gagnée ad, au temps, aussi infiniment petit, pendant lequel s'opère ce *gain*, ou la transformation de la vitesse ab en celle ac.

fig. 1.



La *force* est, si l'on veut, la résultante géométrique de la deuxième vitesse ac composée avec $ab' = -ab$, ligne égale et contraire à la première vitesse; cette résultante étant divisée par le temps pendant lequel celle-ci est devenue celle-la.

Ordinairement les deux vitesses sont celles du même point mobile à deux instants qui se suivent. On sait que pour un certain système (celui-là même où les mouvements sont dits absolus) la force qui donne ainsi la succession des vitesses de chaque point est composée géométriquement, à chaque instant, de lignes dirigées vers les autres points matériels, et ayant des grandeurs qui dépendent des distances actuelles de celui-là à ceux-ci. Mais cette loi sort de la cinématique, et appartient déjà à la mécanique physique, ainsi que la deuxième loi générale en vertu de laquelle les lignes composantes ou *forces partielles* dont nous parlons, opposées deux à deux pour des points différents, sont rendues égales aussi deux à deux lorsqu'on les multiplie par certains coefficients appelés *masses* de chaque point. Nous n'aurons pas besoin d'invoquer, dans ce qui va suivre, ces deux grandes lois au moyen desquelles on peut établir toute la mécanique sans parler ni de *causes* de mouvement, ni de *quantités de matière,* ni de *repos absolu.* Aussi nous pourrons faire abstraction de la masse de notre point matériel : nos forces seront, si l'on veut, les forces totales ordinaires sollicitant l'unité de masse du point considéré.

IV. — *Problème.*

Ceci convenu, il est évident que l'on pourra construire, par ses éléments successifs, toute la trajectoire du mouvement d'un point matériel dans un milieu quelconque, si l'on connaît, avec son point de départ et sa *vitesse* initiale dans ce milieu, toute la suite des *forces* qui modifient la grandeur et la direction de cette vitesse. Le problème de la détermination, par ces données, de son mouvement dans un deuxième milieu, ou le problème posé au commencement du n° I, se réduit donc à ceci :

« Étant donnés, pour un instant quelconque, la vitesse » animant un point matériel m dans un système ou mi- » lieu A où il se meut, et la force qui donne le change- » ment de cette vitesse du même instant au suivant, en » déduire sa vitesse et sa force relatives à un autre sys- » tème ou milieu B (tel qu'un appareil solide ou une » masse fluide) dont les divers points ont des mouvements » connus dans le premier. »

Nous le résoudrons immédiatement en nous représentant (*fig.* 2) un ensemble de points géométriques *appar-*

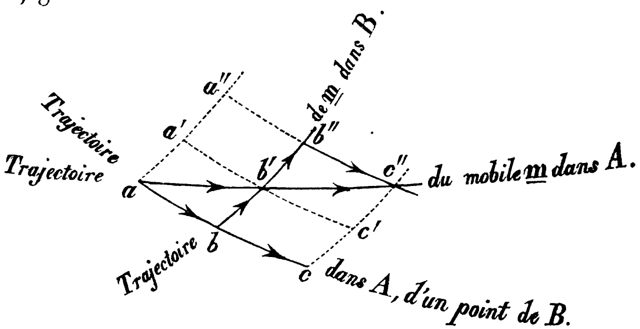
tenant tous au système A, mais occupés, à trois instants successifs, tant par le point mobile m étranger aux deux systèmes, que par les points du système B avec lesquels ce mobile a coïncidé aux mêmes instants, et en y appliquant simplement les définitions données ci-dessus (n° III), pour les vitesses et les forces.

Nous supposons les trois instants séparés par deux intervalles de temps égaux et infiniment petits, dont nous appelons dt la durée.

a, b', c'' sont les emplacements occupés dans A par le mobile m au premier, au second et au troisième instants.

En sorte que ab', $b'c''$ sont deux éléments consécutifs de la trajectoire dans le premier système.

fig. 2.



a, b, c sont les emplacements occupés, aussi dans A, et aux trois mêmes instants, par le point du système B *qui coïncidait en a avec le mobile m au premier instant.*

De même a', b', c' et a'', b'', c'' sont les emplacements occupés, aux trois instants (toujours dans A), par deux autres points de B, savoir celui qui coïncidait avec m en b' au second instant, et celui qui coïncide en c'' avec le même mobile m au troisième instant.

Il en résulte que b, b', b'' sont des emplacements occupés simultanément, à l'instant intermédiaire, par les trois points de B dont nous parlons, et avec lesquels m s'est trouvé ou se trouvera en contact au premier, au second et au troisième instant.

$bb'b''$ est donc une portion de la trajectoire de m dans le milieu B; et bb', $b'b''$ sont les deux éléments de cette trajectoire parcourus dans B pendant le premier et pendant le second temps dt.

On peut remarquer que $aa'a''$, $cc'c''$ sont la même portion de trajectoire pour les situations qu'occupent les points du milieu B dans celui A l'instant d'avant et l'instant d'après. Mais nous n'aurons pas besoin de considérer la trajectoire relative à B dans ces deux positions, car, alors, ses éléments ne peuvent différer en direction et en grandeur de ceux bb', $b'b''$ que de quantités infiniment petites d'ordre supérieur, négligeables dans ce qui va suivre.

V. — *Relation des vitesses*

Si l'on divise, par la durée dt, les espaces ab', bb' parcourus dans A et dans B du premier instant au second, on a respectivement, d'après les définitions (n° III), les vitesses du mobile relativement au système A et relativement au système B, au premier instant.

Or le triangle abb' montre que ab' est résultante géométrique de bb' et de ab son troisième côté. Divisant aussi ce côté par dt pour avoir une vitesse, on voit déjà que :

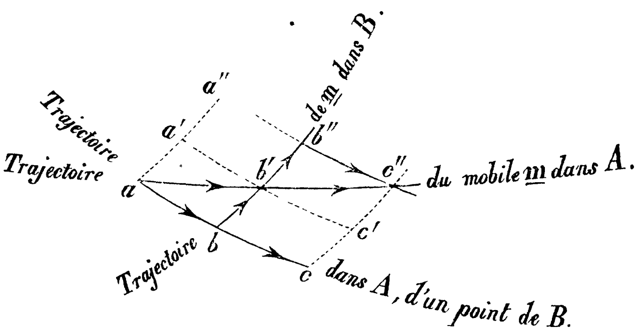
« A un instant quelconque, la vitesse du mobile m
» dans le milieu A est composée de sa vitesse dans le
» milieu B, et de ce que Coriolis appelle la vitesse de
» l'*entraînement* exercé sur ce mobile par B, c'est-à-dire,
» de la vitesse supposée connue que possède, dans A, le
» point du milieu B momentanément occupé par lui. »

Ou, que :

« La vitesse du mobile m, relativement au système B,

» s'obtient en prenant la résultante de sa vitesse relative-
» ment au système A, et d'une vitesse égale et contraire
» à celle qu'il aurait s'il restait en coïncidence avec le
» même point de B. »

VI. — *Relation des forces.*



Comme le triangle $b'b''c''$ montre que

$$b'b'' \text{ est la résultante de } b'c'' \text{ et de } -b''c'',$$

de même que celui abb' a indiqué que

$$-bb' \text{ est la résultante de } -ab' \text{ et de } +ab$$

on a, en composant ces deux résultantes ensemble, et en ajoutant bc, $-bc$, ce qui ne change rien au résultat, la relation suivante :

$$\begin{array}{l} b'b'' \text{ composée avec } -bb' \\ \quad \text{est résultante} \ldots\ldots \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{de } b'c'' \text{ composée avec } -ab', \\ \text{de } -bc \text{ composée avec } ab, \\ \text{et de } -b''c'' \text{ composée avec } bc, \end{array} \right.$$

relation dans laquelle on peut remplacer $-b''c''$ composée avec bc par

$$-a''b'' \text{ composée avec } ab,$$

car ces deux résultats partiels de composition ne peuvent différer que d'un infiniment petit d'ordre supérieur et négligeable.

Divisant tout par $(dt)^2$ on a une relation de forces, car une première division par dt transforme en vitesses les sept éléments de trajectoires, supposés conserver leurs directions en décrivant aussi des lignes finies, et une seconde division faite de même par dt change en quatre forces les quatre petites lignes provenant de la composition de vitesses avec d'autres vitesses infiniment peu différentes prises en signe contraire (n° III).

On a donc ce théorème général, s'appliquant indifféremment aux milieux variables ou invariables, et comprenant comme cas particulier celui de Coriolis :

« La force qui produit (ou qui mesure) l'accélération et
» la déviation actuelles du point mobile m dans le mi-
» lieu B, est résultante de la force qui modifie de même
» sa vitesse dans celui A, et de deux autres forces, la
» première égale et contraire à celle qui modifie la vitesse,
» dans A, du point de B en coïncidence actuelle avec le
» mobile m, et la seconde égale et contraire à celle qui
» serait capable de changer, dans un temps extrêmement
» petit, la vitesse actuelle de ce point de B en la vitesse
» *contemporaine* d'un autre point de B, savoir celui avec
» lequel le mobile m ira coïncider après un temps double,
» en vertu de sa vitesse actuelle relative à B. »

Il résout, avec le théorème du numéro précédent relatif aux vitesses, le problème général du n° IV, car les deux forces à ajouter sont connues, puisqu'elles dépendent des mouvements supposés connus des points du milieu B dans le milieu A.

On doit remarquer que ce théorème et celui du numéro précédent, donnent non-seulement la grandeur de la force et de la vitesse attribuables actuellement au mobile m dans le deuxième système B; mais, aussi, *les directions* *de cette force et de cette vitesse dans* A, *pour la situation actuelle* des points de B dans ce dernier système (*).

VII. — *Cas des systèmes invariables.*

Maintenant si, comme l'ont supposé tous les auteurs, et comme cela a lieu le plus généralement, A et B sont deux systèmes dans chacun desquels les points restent sensiblement aux mêmes distances les uns des autres, comme les points des corps solides, la seconde des deux forces à ajouter peut recevoir une autre expression.

On sait, en effet, qu'alors la vitesse possédée dans le système ou l'espace A, par un point quelconque du solide B, se compose de la vitesse contemporaine de tout autre point de B, et de la vitesse due à une rotation du solide B autour d'un *axe instantané* passant par son second point (**).

(*) Le théorème ancien des vitesses, dont nous avons cru devoir rappeler la démonstration au numéro précédent, me paraît être implicitement invoqué dans les diverses démonstrations, citées ci-dessus, du théorème des forces; car lorsqu'on calcule une force au moyen d'un petit déplacement ou espace parcouru, il faut s'être assuré d'abord si ce déplacement n'est pas dû en partie à la vitesse que le mobile possédait au commencement de l'action de cette force, et cela exige que l'on sache ce qu'est cette vitesse relative au système nouveau.

(**) Voici l'une des démonstrations que l'on peut donner, sans calcul, de ce théorème de cinématique.

Considérons le mouvement du corps B, non plus dans le milieu A, mais dans un milieu A′ dont tous les points sont supposés avoir, dans A, pendant dt, des vitesses égales et parallèles à celle d'un point O de B, en sorte que O y soit fixe ou en repos (n° II), et que les autres points ne fassent que tourner autour de lui, en suivant des directions perpendiculaires à leurs lignes de jonction à O. Par ce point O et par les emplacements qu'occupent dans A′, au commencement de dt, deux autres points M, M′ du corps B, menons deux plans respectivement perpendiculaires aux mouvements de ces deux points M, M′ dans A′. Pendant le temps infiniment petit dt, tout point P de la droite suivant lequelle ces deux plans se coupent, restera à une distance constante, soit de M, soit

Celle-ci est le produit de la vitesse *angulaire* actuelle de la rotation de B (la même autour de tous les axes), par un rayon de rotation qui n'est autre chose, évidemment, que la projection de la ligne de jonction de ces deux points sur le plan de rotation, c'est-à-dire sur un plan perpendiculaire aux divers axes instantanés, qui, pris au même instant, sont tous parallèles.

Or nos deux points b'' et b, ou a'' et a (n° VI) ont pour ligne de jonction l'espace parcouru par le mobile m en vertu de sa vitesse relative à B, dans un temps double de celui de l'action supposée de la force que nous voulons exprimer. On a donc cet énoncé, où nous avons rétabli la *masse* du mobile m :

« Pour avoir la suite du mouvement d'un point mo-
» bile m relativement à un milieu invariable B qui se
» meut lui-même dans un premier milieu A, aussi inva-
» riable, il faut ajouter à chaque instant, aux forces
» supposées connues qui l'animent dans A, une force
» égale et contraire à celle dont il y serait animé s'il

---

de M', et aussi d'un troisième point de B, le point O. Donc cette droite OP, qui est fixe dans A' comme les deux plans, appartient tout entière au système invariable B, et ce système ne fait que tourner autour d'elle dans A' pendant dt. Le mouvement de tout point de B dans A se compose : 1° de celui qui vient de cette rotation ; 2° de la *translation* générale de A', ou du mouvement de O dans A, ce qu'il fallait démontrer.

Il est facile de voir, aussi, en considerant successivement des mouvements de rotation autour de deux axes tirés dans B parallèlement entre eux, que, pour tout point de B situé dans leur plan, et, par une suite nécessaire, pour tout autre point de ce système solide, une petite rotation autour de l'un des axes produit le même déplacement qu'une rotation de même angle autour de l'autre, en y ajoutant une translation générale des points de B suivant de petites lignes toutes égales entre elles et perpendiculaires au plan des deux axes. D'où l'on conclut que toutes les droites menées dans B parallèlement à un axe instantané de rotation sont d'autres axes instantanés ; que la rotation angulaire est la même autour de tous, et que la translation seule diffère de l'un à l'autre, en direction comme en grandeur.

» restait uni au point de B avec lequel il coïncide actuel-
» lement, et, de plus, une autre force, perpendiculaire
» à la fois à la direction de la vitesse du même mobile
» relative à B pour la situation actuelle de ce dernier
» milieu dans celui A, et aux axes instantanés de la rota-
» tion de B dans A. L'intensité de cette dernière force
» est double du produit de la masse du point mobile par
» la vitesse angulaire de rotation de B et par la vitesse du
» mobile relative à B, projetée sur le plan de rotation
» perpendiculaire aux axes. Le sens dans lequel elle agit
» est opposé à celui suivant lequel le point B, actuelle-
» ment occupé par le mobile, tourne autour de celui
» qu'il occupait l'instant d'avant. »

C'est le théorème de Coriolis, qui a appelé la première force additionnelle, force d'entraînement, et la seconde, force centrifuge composée (*).

(*) Il a donné ce dernier nom à la seconde, à la suite de considérations revenant à cette remarque, que (*fig.* 2) $b''c''$ composé avec $-bc$, ou (à cela près de quantités négligeables) deux fois le résultat de la composition de $b'c'$ avec $-bc$, est la même chose que deux fois le résultat de la composition de cc' avec $-bb'$, puisque le quadrilatère $bb'c'c$ montre que la résultante de bb' et de $b'c'$ est la même que celle de bc et cc': d'où il suit, puisque cc' a la même longueur que bb' et n'en diffère qu'en direction lorsque les deux systèmes de rattachement sont invariables, que la deuxième force additionnelle est une force capable de faire éprouver à la vitesse relative à B, qui est $\frac{bb'}{dt}$, non pas un changement de grandeur, mais un simple changement de direction, dû à la rotation du système B supposé entraîner avec lui la droite représentant cette vitesse. En cela cette force, bien qu'oblique au rayon de la rotation, est analogue à la force centrifuge, qui a pour propriété de changer aussi la direction et non la grandeur de la vitesse du mouvement de rotation d'un point.

C'est cette force qui fait tomber sur la terre, prise pour système B, un corps pesant un peu à l'orient du pied de la verticale tirée de son point de départ supposé très-élevé.

Elle disparaît lorsqu'on se sert du théorème général pour poser une équation de forces vives dues aux vitesses relatives à B.

La première des deux forces ajoutées ne laisse pas d'avoir aussi de l'ana-

VIII. — *Scolie.*

La démonstration élémentaire que nous avons donnée de ce théorème au n° VI, en le généralisant, a découlé de la simple vue des relations nécessaires de position qu'ont entre eux les emplacements occupés consécutivement par le mobile dans les deux systèmes. Nous avons, en la présentant, accordé tout autant de *réalité* au mouvement dans l'un qu'au mouvement dans l'autre. Nous n'avons invoqué ni fictions, ni apparences.

Peut-être que, tout en n'excluant point absolument l'usage quelquefois aussi utile qu'ingénieux de ces dernières considérations, on trouvera que notre manière de procéder, qui consiste à mettre sous les yeux, comme en un tableau, les faits réels, pour tirer directement leurs conséquences, offre quelques avantages, et est propre à faire probablement disparaître le danger qu'on a remarqué dans les raisonnements dits à priori, ou à éviter, sans recourir aux formules, des erreurs comme celle que M. Bertrand a lucidement signalée dans le raisonnement fait, il y a un siècle, par un illustre géomètre.

---

logie avec la force centrifuge, et peut-être même plus que la seconde, car elle se réduit identiquement à la force centrifuge quand le mouvement du système B dans A se réduit, pendant les deux intervalles d'instants, à une rotation uniforme, avec ou sans une translation aussi uniforme, comme le mouvement d'une roue hydraulique ou d'une roue de voiture; et c'est là le cas le plus ordinaire de la pratique.