Nouvelles annales de mathématiques

Seconde démonstration d'un théorème sur les asymptotes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 288-289

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__288_2>

SECONDE DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME SUR LES ASYMPTOTES

(Voir t VI, p 217 Serret).

1°. Lorsqu'une ligne s'arrête en un point, sans *continuer* et sans *rebrousser,* ce point est appelé *point d'arrêt.* Ainsi dans $y = e^{\frac{1}{x}}$, $y = xlx$, l'origine est un *point* *d'arrêt*. On ne peut rencontrer ces points que dans les lignes transcendantes (*). Dans les courbes algébriques, chaque point d'une branche divise cette branche en deux parties, et la tangente en ce point est à la fois tangente à chacune de ces parties. Cela a même lieu lorsque le point de contact est à l'infini : c'est l'objet du théorème suivant.

2°. THÉORÈME. *Une asymptote est toujours tangente à deux parties de la courbe.*

Démonstration. Cherchons la polaire réciproque de la courbe par rapport à une conique à centre tracée dans son plan. Le pôle P de l'asymptote est sur le diamètre conjugué à cette asymptote, et ce diamètre est la polaire du point de contact situé à l'infini. Donc ce diamètre touche la polaire réciproque au point P; mais la polaire réciproque étant *algébrique*, le point P n'est pas un point d'arrêt; donc le diamètre touche deux parties de la polaire réciproque : par conséquent l'asymptote touche aussi *deux parties* correspondantes de la courbe.

(*) On lit dans le *Traité de Calcul différentiel* de M. l'abbé Moigno que la ligne dont l'équation est $y = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$ offre deux points d'arrêts situés sur l'axe des y de part et d'autre de l'origine et à l'unité de distance (Tome I, page 209); on suppose que $\sqrt{x^2}$ n'a qu'une seule valeur.