NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Théorème sur les ellipsoïdes homofocaux

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 226-227

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__226_1>

THÉORÈME SUR LES ELLIPSOIDES HOMOFOCAUX.

1. Soient les trois ellipsoïdes homofocaux

$$\frac{x^2}{a^2+h}+\frac{y^2}{b^2+h}+\frac{z^2}{c^2+h}=1,$$
$$\frac{x^2}{a^2+k}+\frac{y^2}{b^2+k}+\frac{z^2}{c^2+k}=1,$$
$$\frac{x^2}{a^2+l}+\frac{y^2}{b^2+l}+\frac{z^2}{c^2+l}=1.$$

x, y, z étant un point commun aux trois surfaces, l'on a

$$x^2=\frac{(a^2+h)(a^2+k)(a^2+l)}{(a^2-b^2)(a^2-c^2)},$$
$$y^2=\frac{(b^2+h)(b^2+k)(b^2+l)}{(b^2-a^2)(b^2-c^2)},$$
$$z^2=\frac{(c^2+h)(c^2+k)(c^2+l)}{(c^2-a^2)(c^2-b^2)}.$$

(*) Notre meilleure *Géométrie analytique*, celle de MM. Briot et Bouquet, étant supérieure au fatal programme, obtient peu de succès.

Considérant dans ces trois équations comme inconnues linéaires, les quantités $h+k+l$; $hk+hl+kl$; hkl, on obtient

$$h+k+l=x^2+y^2+z^2-a^2-b^2-c^2,$$
$$hk+hl+kl=a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2-(b^2+c^2)x^2$$
$$-(a^2+c^2)y^2-(a^2+b^2)z^2,$$
$$hkl=a^2b^2c^2-b^2c^2x^2-a^2c^2y^2-a^2b^2z^2.$$

(*Voir* t. VI, p. 129.)