

Théorème sur les tangentes aux coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 68-69

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7_68_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME

Sur les tangentes aux coniques.

Soient $MT, M'T'$ (fig. 16) deux tangentes menées par le point M à une ellipse dont les foyers sont F, F' ; si l'on prend sur ces tangentes des longueurs MO, MO' , respectivement égales aux distances MF, MF' , la droite OO' sera égale au grand axe $2a$ de l'ellipse. (Strebor.)

Démonstration. Sur $F'T$ je prends $F'TD = 2a$; il en résulte, comme on sait, $MD = MF$. D'ailleurs, d'après le théorème de M. Poncelet, l'angle $F'MD = O'MO$; donc les triangles $F'MD, O'MO$ sont égaux comme ayant un angle égal compris entre côtés égaux. Par conséquent :

$$OO' = F'D = 2a.$$

Observation. I. Faisant la même construction au foyer F , on obtient un triangle FMD' égal au triangle $F'MD$; donc l'angle $F'MD = FMD'$, et de là l'angle $DMF = D'MF'$. Mais les tangentes $MT, M'T'$ sont bissectrices, ce qui démontre le théorème de M. Poncelet et celui de M. Strebor.

II. Ce dernier théorème subsiste aussi dans l'hyperbole, avec cette modification que lorsque les points de contact T, T' sont sur la même branche, une des longueurs MO, MO' doit être portée dans le sens opposé.

III. Les mêmes constructions et les mêmes conséquences existent aussi pour l'ellipse sphérique. G.