

TERQUEM

Théorème homographique sur les coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 447-448

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__447_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME HOMOGRAPHIQUE
sur les coniques.

Théorème. Dans le plan d'une conique, on mène par le point fixe O une sécante, rencontrant la conique aux points M et M' ; le lieu du point N pris sur la droite, de manière que le rapport anharmonique $\frac{MN \cdot OM'}{MO \cdot NM'}$ soit constant, est une seconde conique.

Démonstration. Prenons O pour pôle et $Mz^2 - Nz + F = 0$ pour équation polaire, $M = A \sin^2 \varphi + B \sin \varphi \cos \varphi + C \sin^2 \varphi$; $N = -D \sin \varphi - E \cos \varphi$ et $OM = z'$; $ON = \rho$; $OM' = z''$, on aura :

$$(\rho - z')z'' = az'(z'' - \rho), \quad a \text{ est le rapport constant;}$$

ou

$$z'z''(a + 1) = \rho[z''(1 - a) + a(z' + z'')],$$

ou

$$F(a+1) = \rho[Mz''(a-1) + aN], \quad z'' = \frac{F(a+1) - aN\rho}{M\rho(a-1)};$$

substituant cette valeur dans l'équation de la conique, il vient :

$$[a(F - N\rho) + F]^2 - N\rho(a-1)[a(F - N\rho) + F] + FM\rho^2(a-1)^2 = 0;$$

passant aux coordonnées orthogonales, il vient :

$$[a(F + Dy + Ex) + F]^2 + (a-1)[Dy + Ex][a(Dy + Ex + F) + F] + F(a-1)^2(Ay^2 + Bxy + Cx^2) = 0.$$