

E. CATALAN

Sur les normales aux coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 396-397

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__396_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LES NORMALES AUX CONIQUES.

PAR E. CATALAN.

(*Rectification.*)

Une grave erreur de calcul s'est glissée dans l'article *Sur les normales aux coniques*, inséré dans le dernier numéro des *Annales* (p. 337). La fin de cet article doit être modifiée ainsi qu'il suit :

9. Si l'équation (12) a ses trois racines réelles, l'équation (10) représentera trois couples de droites. Nous allons voir que, dans la même circonstance, il y aura quatre normales passant par le point donné ; et, conséquemment, que les trois couples de droites formeront un quadrilatère complet avec ses deux diagonales ; etc.

10. La condition de réalité des trois racines de l'équation (12) est :

$$(a^2p^2 + b^2q^2 - c^2)^2 + 27a^2b^2c^4p^2q^2 < 0. \quad (13)$$

Pour simplifier cette inégalité, posons :

$$\frac{ap}{c^2} = r^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{bq}{c^2} = s^{\frac{3}{2}} \quad (*);$$

p et q peuvent être supposées positives ; donc r et s le seront pareillement.

L'inégalité (13) devient d'abord

$$(r^3 + s^3 - 1)^2 + 27r^3s^3 < 0;$$

d'où

$$r^3 + s^3 - 1 + 3rs < 0.$$

(*) J'emprunte cette transformation à un très-intéressant travail de M. Gerono, inséré dans le second volume de ce recueil.

On reconnaît facilement que le premier membre est divisible par $r+s-1$, et que le quotient peut se mettre sous la forme

$$(r-s)^2 + (r+1)(s+1).$$

Ce quotient est donc positif; et l'inégalité précédente se réduit à $r+s-1 < 0$, ou

$$(ap)^{\frac{2}{3}} + (bq)^{\frac{2}{3}} < c^{\frac{4}{3}}.$$

Celle-ci exprime que le point (p, q) est intérieur à la développée de l'ellipse, et, conséquemment, qu'il y aura quatre normales passant par ce point : la condition (13) exprime donc la même chose.

11. Remarquons en terminant que ce qui précède donne le moyen de ramener la résolution de l'équation du quatrième degré à celle d'une équation du troisième.