Terquem

# Question d'examen sur le mouvement, pour l'admission à l'École polytechnique en 1848

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 7 (1848), p. 319-320

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__319_1>

## QUESTION D'EXAMEN

*Sur le mouvement, pour l'admission à l'Ecole polytechnique en* 1848 (*V.* t. VI, p. 401),

—

*Problème.* $n$ courbes situées dans le même plan sont parcourues chacune par un point matériel de masse connue ; on donne la loi du mouvement de la projection de chacun de ces points sur une droite ; trouver le lieu géométrique du centre de gravité de ces masses.

*Solution.* Soient $F_1=0, F_2=0 \ldots F_n=0$ (1) les équations des $n$ courbes données; soit $x=f_1(t), x=f_2(t) \ldots x=f_n(t)$, $t$ désignant le temps, les relations données du mouvement des projections des $n$ points matériels des masses $m_1, m_2 \ldots m_n$; éliminant $x$ entre les équations $F_1=0$ et $x=f_1(t)$, on aura : $y=\varphi_1(t)$; de même $y=\varphi_2(t) \ldots y=\varphi_n(t)$; $x$ et $y$ étant les coordonnées du centre de gravité des masses au bout du temps $t$, on aura :

$$(m_1+m_2+\ldots m_n)x=m_1f_1(t)+m_2f_2(t)+\ldots m_nf_u(t)$$
$$(m_1+m_2+\ldots m_n)y=m_1\varphi_1(t)+m_2\varphi_2(t)+\ldots m_nf_n(t);$$

éliminant $t$, on a la relation cherchée entre $x$ et $y$.

*Théorème.* Un point matériel décrit une conique, de telle manière que ses projections sur une droite sont soumises à un mouvement uniforme; dans le même plan, un autre point matériel décrit une droite d'un mouvement uniforme; le centre de gravité des deux masses décrit une conique.

*Démonstration.* L'abscisse de la droite est une fonction linéaire entière du temps; donc l'ordonnée est aussi une telle fonction. L'abscisse de la conique est une fonction linéaire du temps; donc l'ordonnée de la conique est une fonction linéaire du temps, plus la racine carrée d'une fonction de second degré du temps. Ainsi $x$ et $y$ étant les coordonnées du centre de gravité, on a : $x=f(t)$; $y=\varphi(t)+\sqrt{\varphi_1(t)}$; $f(t)$ et $\varphi(t)$ sont des fonctions linéaires, et $\varphi_1(t)$ une fonction du second degré; donc $t$ est une fonction linéaire de $x$, et l'on a : $y=F(x)+\sqrt{F_1(x)}$, où $F(x)$ est linéaire et $F_1(x)$ du second degré. C. Q. F. D.

*Observation.* Dans la question particulière proposée par M. Bertrand, la conique est une parabole, et le centre commun de gravité devient aussi une parabole. Lorsque les deux vitesses des mouvements uniformes sont égales et de sens opposés, la parabole que décrit le centre de gravité se change en une droite analytiquement double; évident *à priori*.