TERQUEM

Question d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 7 (1848), p. 11-13

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__11_1>

QUESTION D'EXAMEN (v. t. VI, p. 327).

—

Trouver la longueur d'une corde divisant la surface d'un cercle donné dans un rapport donné; construire *géométriquement* l'équation à laquelle on arrive.

Solution. Il suffit de résoudre la question pour un cercle d'un rayon égal à l'unité; π étant l'aire d'un tel cercle, il s'agit de trouver la corde, retranchant un segment d'une aire $m\pi$, ou m est un nombre donné qu'on peut toujours supposer moindre que $\frac{1}{2}$; cela posé, soit x l'arc cherché, on aura l'équation

$$2m\pi = x - \sin x.$$

Il se présente trois moyens de résoudre cette équation transcendante :

1° *Par la règle de fausse position.* On cherche dans la table des valeurs *métriques* des arcs une valeur surpassant un peu $2m\pi$, et on en retranche le sinus; on trouvera facilement la valeur de x à un degré près; puis à une minute près, etc.; on devra étudier, pour l'emploi de cette méthode, le chapitre XXII de l'*Introductio in analysin.* Ce chapitre porte pour titre : *Solutio nonnullorum problematum ad circulum pertinentium* ;

2° *Par le retour des séries.* On a

$$2m\pi = -\frac{x^3}{[3]} + \frac{x^5}{[5]} - \text{etc.}$$

On résout ce genre d'équations infinitésimales par la méthode connue sous le nom de *retour des séries*; on développe x dans une série infinie, procédant suivant les puissances de $2m\pi$.

3° *Par construction.* On construit la courbe transcendante $y = x - \sin x$; il suffit de construire une *sinussoïde* sur la bissectrice $y = x$; la courbe formée d'arcs égaux qui se répètent indéfiniment est renfermée entre cette bissectrice et une tangente parallèle à cette bissectrice; menant à une distance $2m\pi$ de l'axe des x une parallèle à cet axe, l'abscisse du point d'intersection donne la valeur cherchée de x.

Observation. C'est à tort qu'on a mis dans l'énoncé le mot *géométriquement*, car ce mot ne s'applique ordinairement qu'aux problèmes qu'on peut résoudre avec la règle et le compas, ce qui est impossible ici.

Exemples :

$m = \frac{1}{3}$; $x = 149^\circ.\ 16'.\ 27''$; corde de cet arc $= 1{,}9285340$.

$m = \frac{1}{4}$; $x = 132^\circ.\ 20'.\ 47''$; corde de cet arc $= 1{,}8295422$

(voy. t. V, p. 152).