Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 6 (1847), p. 439-445

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__439_0>

BIBLIOGRAPHIE.

Éléments d'arithmétique, suivis de la théorie des logarithmes, par E. Lionnet, professeur de mathématiques au collége royal Louis-le-Grand, examinateur suppléant d'admission à l'École navale, in-8° de 320 pages. 1847, Paris (*).

Les scolastiques du moyen âge ont exploité, et de nos jours exploitent encore, le privilége de parler sans attacher aucun sens précis aux mots, d'établir des propositions vagues à l'aide d'autres propositions plus vagues encore; c'est ce qui a fait dire à Montaigne : *Pour m'enlever un doute, ils m'en donnent trois*. En même temps que régnait cette prétendue philosophie, avait cours un ouvrage composé dans un esprit diamétralement opposé. Tous les objets y sont clairement et régulièrement *définis*, et on ne quitte jamais une proposition sans l'avoir rendue inexpugnable, sans avoir obtenu l'assentiment universel. Aussi cet ouvrage a-t-il été accepté comme le *code* de l'intelligence; ce mot doit être pris dans le sens propre. De même que les jurisconsultes citent comme autorité tel article, tel chapitre du Digeste ou des Institutes, il suffisait de s'appuyer sur tel théorème de tel livre pour se mettre à l'abri de toute objection. Cette haute puissance législative, librement et universellement admise, a fait naître, et à juste raison, une espèce de culte pour les quinze livres des Éléments, culte qui ne s'est pas arrêté seulement au contenu, voire même à la *forme;* de là une *morpholâtrie* qui s'est prolongée jusqu'au dix-huitième siècle.

(*) Chez Desobry, Magdeleine et compagnie, rue des Maçons-Sorbonne, 1.

Ainsi, Spinosa a donné la *forme* euclidienne au panthéisme ; Newton, à la mécanique céleste, et Christian Wolf, célèbre disciple de Leibnitz, à tout le système philosophique du maître, les mathématiques comprises (*). On sait avec quel succès Legendre a ressuscité cette *forme* en France pour la géométrie. Ce chef-d'œuvre, en conciliant la rigueur antique avec le goût moderne, a exercé une grande et heureuse influence ; il a donné naissance à cette doctrine des *convergences* trop peu cultivée dans l'école d'Euler, et sans laquelle l'emploi si indispensable des séries devient souvent chanceux et quelquefois inintelligible (**). Une méthode qui avait si bien réussi devait naturellement exciter le désir de l'appliquer aussi à l'arithmétique. Déjà Euclide a inséré dans sa géométrie plusieurs livres sur les rapports numériques, rationnels et irrationnels. Il est vrai qu'il représente les nombres par des lignes, et raisonne sur ces lignes ; ce qui démontre encore que les Grecs n'avaient aucune idée d'un système graphique de numération analogue à celui des Indiens, et cela malgré l'esprit et l'érudition que l'on a dépensés pour établir le contraire. Nous avons vu ce que Wolf a fait pour toutes les parties de la science. L'arithmétique dont nous allons nous occuper, à l'instar de celle de Wolf, est augmentée de toutes les acquisitions faites depuis le célèbre philosophe. L'ouvrage est divisé en six livres, précédé de principes et suivi d'une théorie des logarithmes.

Principes (1-6) ; contient les *définitions*, la numération *parlée* et *écrite* ; la première définition est ainsi énoncée : On nomme *grandeur* ou *quantité* tout ce qui peut être partagé en parties aussi petites qu'on voudra. Nous doutons que cette définition remplace jamais celle qui est généralement ad-

(*) Elementa Matheseos universæ. Halæ, 1683.

(**) M. Cauchy a montré des séries divergentes dont l'emploi est légitime. Comptes rendus, 1843, 2e semestre, p. 370.

mise, savoir que la *grandeur* est tout ce qui est susceptible d'augmentation et de diminution; lorsque cette grandeur contient plusieurs parties égales ou que l'on croit telles, elle prend le nom de *quantité;* et quand on fait sur cette quantité l'opération de *compter*, elle devient un *nombre*, dont chaque partie est l'*unité*. Ainsi, une droite finie est une grandeur, susceptible de devenir *quantité* et *nombre;* une population est une quantité, redevenant nombre par le recensement. Il y a même des grandeurs qui ne peuvent jamais devenir *quantité*; telles sont les irrationnelles; les imaginaires ne sont pas même des grandeurs, ce sont des symboles d'opérations. On dit pourtant quantité irrationnelle et même *nombre irrationnel*, et sans inconvénient, c'est que, dans le langage ordinaire, on n'a pas besoin de cette extrême précision qui tient compte des moindres nuances qui différencient des synonymes. Mais dans une *définition* didactique, cette précision en est le mérite essentiel. Ce genre de mérite semble manquer à la nouvelle définition, qui implique même tacitement une sorte de cercle vicieux; n'est-ce pas dire qu'une *quantité* est tout ce qui peut être partage en parties plus petites qu'aucune *quantité donnée?* Il s'ensuivrait même que la molécule atomique des chimistes n'est pas une grandeur.

Dans la seconde définition, on dit qu'on donne le nom de *mathématiques* à la science des grandeurs, et c'est probablement ce qui aura engagé l'auteur à abandonner la définition admise de la *grandeur*. Le plaisir, la douleur, etc., sont susceptibles d'augmentation et de diminution; donc, d'après l'ancienne définition, ce sont des grandeurs, et par conséquent, d'après la seconde définition, on serait amené à la conclusion absurde que les sensations font partie des mathématiques. Mais cette absurdité tient à l'omission d'un principe essentiel, de celui de l'*homogénéité;* principe qu'on ne rencontre pas dans l'esthétique. On donne bien le nom commun de *plaisir* aux impressions qu'éprouve l'esprit en lisant l'Iliade, en méditant Archimède, en voyant un tableau de Raphaël, en écoutant une musique de Weber, etc.; or nous n'avons aucun moyen de comparer ces impressions, l'*unité* nous manque, il n'y a pas d'homogénéité, et les mathématiques ne s'occupent que de *grandeurs homogènes*. Aussi Wolf a-t-il fait entrer l'*homogénéité* dans l'exposition des principes.

Trois axiomes terminent ici les principes. Le troisième, souvent invoqué dans l'ouvrage, est en effet très-utile. Voici l'énoncé : *Un tout ne change pas de valeur lorsqu'on intervertit l'ordre de ses parties.*

Livre I. (7-40) *Opérations sur les nombres entiers.*

Définitions consécutives des quatre opérations. C'est dans le genre Euclidien. Est-il convenable aux commençants? La multiplication et la division sont définies d'une manière simple et naturelle; ce qu'on ne rencontre pas d'ordinaire, parce qu'on vise à une généralité inopportune. Faisant usage, et avec infiniment de raison, des signes algébriques, l'auteur indique le sens de neuf de ces signes; on a omis le *point* et les deux points, signes Leibnitziens si commodes pour indiquer une multiplication et une division. On a oublié la *parenthèse*, dont le sens en mathématiques n'est pas purement grammatical et annonce une opération incidente.

Dans la soustraction, on ne donne qu'un seul exemple et sans *zéros;* cela ne suffit pas pour une opération qui offre les premières difficultés aux commençants.

Les théorèmes sur la multiplication précèdent la manière de faire cette opération. Cet ordre très-didactique convient-il à des commençants? Par contre, l'auteur fait entrer des exemples numériques dans l'énoncé même des propositions; ce qui n'est pas très-didactique, ni fort approprié à l'enseignement. Nous signalons comme un modèle de précision et de clarté l'exposition ordinairement si épineuse de la division. Tout est ramené à une simplicité extrême, parce qu'on suit la marche naturelle des idées sans anticiper sur les difficultés à venir; on donne ensuite toutes les propositions de la théorie des nombres relatives aux deux dernières opérations.

Ce livre est terminé par quinze problèmes résolus; ils se rapportent à la règle de trois et à celle d'alliage; on réduit toutes les questions à connaître le prix d'une certaine *unité;* considération très-commode qu'on doit, il me semble, à l'examinateur Reynaud.

Le prix du *litre* de vin est donné en *sous*; ce n'est pas légal. Dans l'exemple XII, page 35, il est question de *voleurs* et de *gendarmes*; on en parle assez ailleurs pour qu'il ne soit pas nécessaire d'en parler encore en arithmétique. Il y a aussi seize problèmes a résoudre avec les solutions.

Livre III. (41-75). *Propriétés des nombres entiers.*

Sous ce titre un peu trop vaste, ce livre renferme une théorie élémentaire complète des diviseurs et des multiples, comprenant le plus petit multiple commun, indispensable dans l'arithmétique des fractions. Il est question aussi des congruences, dont on parle sans les nommer. A la manière de Diophante, l'auteur raisonne toujours sur des nombres donnés, ce qui amène plus de clarté, sans nuire à la généralité des conséquences. La proposition relative à la divisibilité par 11 (p. 46), ne vaut ni en théorie ni en pratique ce qu'on donne ordinairement.

Six problèmes résolus et onze à résoudre terminent ce livre; les solutions sont simples, et le onzième, relatif à des mobiles, est un problème intéressant d'analyse indéterminée sur le mouvement uniforme.

Livre III (76-138). *Fractions et nombres décimaux.*

La définition de la multiplication est embarrassante quand le multiplicateur est fractionnaire. L'auteur s'en tire, en disant que *multiplier* une quantité par une fraction, c'est *diviser cette quantité par le dénominateur de la fraction, puis multiplier le quotient par le numérateur*. C'est plus loin et à la page 114, que l'auteur, après avoir défini le *rapport*, montre que cette seconde définition s'accorde avec la première. Les propositions XX et XXI traitent du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple des fractions irréductibles. Cela me paraît inutile et pourrait même être embarrassant pour des élèves.

Nombres décimaux (99) ; les propositions fondamentales sur la périodicité sont établies clairement par l'intermédiaire des *équations algébriques ;* moyen qu'on ne saurait trop tôt employer ; d'une facilité extrême, telle qu'on pourrait, qu'on devrait l'introduire dans ces excellentes institutions où les jeunes personnes reçoivent une instruction solide, persistante, et par conséquent profitable ; car, la bonté d'un enseignement doit s'évaluer, non au moment qu'il finit, mais dix années après. Quelle en est alors la partie restante moyenne, prise sur le grand nombre ?

Le corollaire de la page 109 n'établit pas une généralité suffisamment rigoureuse.

L'exposition du système métrique est précédée de quelques considérations qui appartiennent à la cosmographie. On définit le *jour moyen*, unité factice, sans parler du *jour sidéral*, unité réelle, indispensable pour donner un sens à l'unité factice. Pourquoi ne pas se servir du mouvement réel au lieu du mouvement apparent, et dire que le jour sidéral est le temps constant entre le passage du plan d'un même méridien terrestre par une étoile fixe, et le troisième passage suivant ; lorsqu'au lieu d'étoile, on prend le soleil, on a le jour *vrai*, dont le rapport au jour sidéral fixe est variable ; la moyenne entre un grand nombre de ces rapports donne le jour *moyen*.

La définition si importante du mètre est englobée dans une phrase ; il faudrait l'en détacher pour la mettre en évidence (p. 117).

Ce livre est terminé par des problèmes utiles sur le mouvement uniforme circulaire. (*La fin prochainement.*)