NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

BELLION

Note sur la méthode des isopérimètres

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 6 (1847), p. 27-28
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__27_0>

NOTE

Sur la méthode des isopérimètres.

PAR M. BELLION,
élève du collége de La Rochelle.

La méthode des isopérimètres apprend que si R et r représentent le rayon et l'apothème d'un polygone régulier de n côtés, $r'=\frac{R+r}{2}$ et $R'=\sqrt{Rr'}$, donnent les valeurs de l'apothème, et du rayon d'un polygone régulier isopérimètre de $2n$ côtés. Or, en faisant la différence $R'-r'$, on arrive à prouver après des calculs où entrent des radicaux que $R'-r'<\frac{R-r}{4}$. Le même théorème peut se faire voir directement par la géométrie.

En effet (*fig.* 5), soit AB le côté du polygone régulier de n côtés, et A'B' celui du polygone régulier et isopérimètre de $2n$ côtés, on aura : $Co=R$, $oH=r$, $A'o=R'$, $oF=r'$.

Du point o comme centre avec $A'o$ pour rayon, décrivons une circonférence et soit I son point d'intersection avec Co : par le point I, menons la tangente DI et tirons Do. Dans le triangle $A'Co$, la bissectrice Do donne la proportion

$$Co : A'o :: CD : A'D.$$

De même à cause de la parallèle DI à la base A'F du triangle A'CF, on a :

$$CD : A'D :: CI : IF.$$

D'où à cause du rapport commun CD : A'D il vient :

$$Co : A'o :: CI : IF, \quad \text{or} \quad Co > A'o, \quad \text{donc} \quad CI > IF,$$

donc
$$IF < \frac{CF}{2} = \frac{CH}{4}.$$

Or $IF = Io - Fo = R' - r'$, et $oH = Co - oH = R - r$,

donc
$$R' - r' < \frac{R - r}{4}.$$