

E. CATALAN

**Solution d'un cas particulier du
théorème de M. Serret**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 268-269

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6_268_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION

*d'un cas particulier du théorème de M. Serret. (Question 146,
p. 216.)*

PAR E. CATALAN.

Soit un parabolôide hyperbolique dans lequel les plans directeurs sont perpendiculaires entre eux, on pourra le représenter par $z = xy$, les axes étant rectangulaires.

Les lignes de courbure sont représentées par

$$x^2 + y^2 - \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2} xy - \frac{(x^2 - 1)^2}{4z^2} = 0,$$

ou par

$$x^2 + y^2 + \frac{\beta^2 + 1}{\beta^2} xy - \frac{(\beta^2 - 1)^2}{4\beta^2} = 0;$$

α et β étant des constantes arbitraires introduites par l'intégration.

D'un autre côté, le lieu des points tels que la somme des

distances de chacun d'eux à l'axe des x et à l'axe des y soit égale à c , est donné par

$$(2z^2 + x^2 + y^2)^2 - 2c^2(2z^2 + x^2 + y^2) + c^4 = 4(z^2 + x^2)(z^2 + y^2).$$

Pour avoir la projection de la ligne suivant laquelle cette surface coupe le parabolôide, faisons $z = xy$, et nous aurons :

$$(x^2 - y^2)^2 - 2c^2(2x^2y^2 + x^2 + y^2) + c^4 = 0.$$

Or, si nous prenons $c^2 = \frac{(\alpha^2 - 1)^2}{4\alpha^2}$, nous verrons que le premier membre est identique avec

$$\left[x^2 + y^2 - \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2} xy - \frac{(x^2 - 1)^2}{4\alpha^2} \right] \left[x^2 + y^2 + \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2} xy - \frac{(x^2 - 1)^2}{4\alpha^2} \right].$$

Donc le lieu en question coupe le parabolôide suivant deux lignes de courbure ; donc , etc.