

HUET

Théorème sur les asymptotes de l'hyperbole

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 232-233

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__232_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME

sur les Asymptotes de l'hyperbole.

(Voir t. 1, p. 142.)

PAR M. HUET.

Théorème. Si d'un point pris dans le plan d'une hyperbole on abaisse des perpendiculaires sur les asymptotes , et qu'on prenne sur chacune de ces perpendiculaires la longueur de l'autre , la diagonale du parallélogramme construit sur ces deux lignes sera perpendiculaire à la polaire du point choisi ; si le point est pris sur la courbe , ce sera la normale en ce point.

La démonstration donnée pour l'ellipse s'appliquant parfaitement , je n'en parlerai pas ; mais j'en donnerai une plus géométrique qui s'appliquera également à l'ellipse. Soit M le point donné ; AB sa polaire ; abaissons sur les asymptotes

les perpendiculaires MG, ME, et prenons MH = MG et MF = ME; construisons le parallélogramme IFMH, je dis que la diagonale IM sera perpendiculaire à AB; l'équation de la polaire d'un point dont les coordonnées sont y'' , x'' est $y''x + x''y = 2m^2$; $xy = m^2$ étant l'équation de la courbe, faisant dans la première équation successivement $x = 0$, $y = 0$, on obtient :

$$OA = y = \frac{2m^2}{x''} \text{ et } OB = x = \frac{2m^2}{y''},$$

d'où $OA : OB :: y'' : x''$;

la figure donne

$$IF = MH = MG = x'' \sin \theta, \text{ etc.}$$

MF = ME = $y'' \sin \theta$ donne MF : IF :: $y'' : x''$, ou, à cause du rapport commun : AO : OB :: MF : IF. Or l'angle MF = AOB; donc les deux triangles AOB, FIM sont semblables comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels; donc l'angle IMF = OAB; or F = M est perpendiculaire à OA; donc IMAFD est perpendiculaire à AB.