NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Notice sur la rhythmomachie, ou combat des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 5 (1846), p. 662-671

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__662_1>

NOTICE

Sur la Rhythmomachie, ou combat des nombres.

Il est très-heureux qu'il y ait des noms très-célèbres portés par des hommes vus à travers une telle épaisseur de siècles, que leur existence même est douteuse. Ces illustres inconnus servent admirablement notre ignorance, surtout en fait d'origines. Ainsi, quand les anciens ne savaient à qui attribuer un travail ayant exigé l'emploi d'une grande force physique, ils nommaient Hercule. S'agissait-il de musique, de poésie, on désignait Amphion, Orphée, etc ; de sciences physiques, chimiques, astronomiques, on désignait Atlas, Hermès, Mercure, etc. — Tous ces noms passablement vieillis sont tombés en désuétude. Un seul s'est conservé et est encore souvent prononcé ; c'est Pythagore. Aucun de ses écrits, si toutefois il a écrit, ne nous est parvenu ; on ne sait dans quel pays, dans quel siècle il a vécu. Et ayant recommandé le silence à ses adeptes, on leur fait dire ce qu'on veut ; ce qui est fort commode. Ainsi, comme on ne connaît d'aucune manière l'auteur de l'espèce de jeu de dames connu sous nom de Rhythmomachie, il est tout naturel d'en faire remonter l'invention à Pythagore. C'est ce qu'on lit dans un ouvrage très-rare dont nous avons extrait cette notice : Le titre in extenso est « Nobilissimus et antiquissimus ludus Pythagoreus (qui Rhythmomachia nominatur) in utilitatem et relaxationem studiosorum comparatus ad veram et facilem proprietatem et rationem numerorum assequendam, nunc tandem per Claudium Buxerium Delphinatem illustratus. Lutetiæ apud Gulielmum Cavellat, sub pingui gallina, ex adverso collegii Cameracensis ; abacus et calculi væneunt in Palatio, apud Joannem Gentil. 1556, in-12 de cinquante-deux feuillets. » On n'a numéroté que le recto. Au milieu de la page du titre, on voit une grosse poule entourée d'un cercle, autour duquel on lit : in pingui gallina. Claude Boissière, né dans le diocèse de Grenoble, et auteur de quelques autres ouvrages (*), professait les mathématiques à Paris. Il a dédié cet ouvrage à Antoine Escalin des Aimars, baron de La Garde, célèbre général des galères sous François Ier et Charles IX ; une année auparavant, en 1555,

(*) Art d'arithmetique et art poétique, deux traites imprimes à Paris, chez Annet-Brière en 1551.

l'auteur avait publié le même ouvrage en français. On lit dans la dédicace : « Sed cum anno superiore hunc philosophum ludum, cui nomen est Rhythmomachia, ad mentem tuam levandam gallico sermone edidissem, te non graviter et malestè laturum judicavi, si idem denuò latinitate donatus in omnium conspectu, celsitatis tuæ clarıtate illustratus appareat ». Cette édition française est encore plus rare. Nous allons donner une description succincte de ce jeu qui, à ce qu'il paraît, se jouait encore à la fin du seizième siècle, puisqu'un marchand établi au Palais vendait le damier et les pièces.

Abaque ou damier.

Le damier est un rectangle, divisé en cases, huit en hauteur et seize en largeur ; ou bien encore 16 sur 16.

Pièces ou jetons.

Il y a en tout 48 pieces ; 16 de formes rondes ; 16 triangulaires et 16 carrées, et deux pièces comme les tours aux échecs ; mais au lieu d'être cylindriques, ce sont deux pyramides.

Nombres inscrits sur les pièces.

Ceci exige que nous rappelions les noms qu'on donnait autrefois à certains rapports géométriques.

Rapports *multiples* $a : an$

Rapports *superparticuliers* $a \cdot \frac{a(1+n)}{n}$.

Rapports *superpartients* $a : \frac{a(2n+1)}{n+1}$.

a et n sont des nombres entiers ; et, selon que n est pair ou impair, les rapports sont dits pairs ou impairs.

A ce jeu le premier terme a du rapport est dit le *postulant* (petitor) et le second terme, le *postulé* (postulatus) c'est du moins les noms que Boissière leur donne. Tous les nombres inscrits sur les jetons ronds donnent des rapports *multiples* pairs ou impairs ; les jetons triangulaires représentent des rapports *superparticuliers* et les jetons carrés sont réglés par des rapports *superpartients*.— Les jetons à rapports *pairs* sont de même couleur, que je suppose, blanche, et les rapports *impairs* d'une autre couleur, que je suppose noire. Ainsi il y a 24 pièces blanches et 24 pièces noires. Cela posé, on comprendra tous les nombres inscrits dans ce tableau, nous désignons les *postulants* par P et les *postulés* par *p*.

Jetons.					
Ronds.	P. blancs.	2.	4.	6.	8.
	p. id.	4.	16.	36.	64.
	P. noirs.	3.	5.	7.	9.
	p. id.	9.	25.	49.	81.
Triangles.	P. b.	6.	20.	42.	72.
	p. b.	9.	25.	49.	81.
	P. n.	12.	30.	56.	90.
	p. n.	16.	36.	64.	100.
Carrés.	P. b.	15.	45.	91.	153.
	p. b.	25.	81.	169.	281.
	P. n.	28.	66.	120.	190.
	p. n.	49.	121.	225.	361.

La ligne *P b* des triangles se forme, en ajoutant terme à terme les lignes *P b* et *p b* des ronds et la ligne *P n* en ajoutant terme à terme les lignes *P n*, *p n* des ronds.

De même, la ligne *P b* des carrés se forme, en ajoutant terme à terme les lignes *P b*, *p b* des triangles.

$$9 = 6 + \frac{1}{2} . 6 ; \quad 25 = 20 + \frac{1}{4} . 20, \text{ etc.} \ldots$$

$$25 = 15 + \frac{2}{3} . 15 ; \quad 81 = 45 + \frac{4}{5} . 45, \ldots \text{etc.}$$

Les deux pyramides.

1. Pyramide blanche à assises paires. — Elle est formée de six assises disposées l'une au-dessus de l'autre, et chacune étant un parallélipipède rectangle à base carrée; sur les deux faces verticales adjacentes de la première assise qui sert de base, on lit respectivement les nombres 6 et 36, sur la deuxième les nombres 5 et 25 ; sur la troisième, 4 et 16; sur la quatrième on lit 3 et 9; sur la cinquième 2 et 4, et sur la dernière 1 et 1 ; les assises vont en diminuant de grandeur, suivant les rapports de ces carrés ; de sorte que le tout forme une pièce pyramidale; sur la face horizontale de l'assise terminale, on écrit le nombre $91=1+4+9+16+25+36$. Le jeton 91 des *Pb* des carrés est supprimé, la pyramide en tenant lieu.

2. Pyramide noire à assises impaires. — Elle est formée de 5 assises; celle du bas porte 8,64; ensuite 7,49, 6,36, 5,25, 4,16. De sorte que cette pyramide est tronquée; sur la base terminale on écrit $190=16+25+36+49+64$, et on supprime le jeton portant même nombre dans les *Pn* des carrés. Ainsi, les deux pyramides comprises, il n'y a en tout que 48 pièces.

Disposition initiale du jeu.

Les blancs jouent contre les noirs ; le damier contient 16 lignes, chacune de 8 cases ; 8 de ces lignes forment le champ des blancs et les 8 autres le champ des noirs. Il suffit d'indiquer la position initiale des blancs; car les noirs se placent symétriquement par rapport à la ligne médiane.

4me ligne.			8	6 rond	4	2		
3me ligne.	81 triangle	72	64	36	16	4	6 triangle	9
2me ligne.	153	Pyramide 91	49	42	20	25 triangle	45	15
1re ligne.	289	169					81 carré	25 carré

Marche des pièces.

Toutes les pièces ont la même marche, celle de la tour aux échecs; en avant et en arrière sur la même colonne, de gauche à droite et *vice versâ* sur la même ligne, la marche oblique n'existe pour aucune pièce.

Règles du jeu des jetons.

Première règle. Si entre la pièce de valeur A et la pièce adverse de valeur n A, existe n case vide; et si c'est le tour à la pièce A de jouer, elle s'empare de la pièce n A; mais reste à sa place et ne prend pas la place de n A comme aux échecs. Ainsi, si les deux pièces sont de même valeur, il ne doit y avoir qu'une case d'intervalle.

Deuxième règle. Si deux pièces A et B de même couleur ont entre elles une pièce C de couleur opposée et telle qu'on ait $C=A+B$, elles s'emparent de la pièce C.

Troisième règle. Si une pièce est entourée dans les quatre cases voisines de quatre pièces adverses, elle est prise.

Regle du jeu des pyramides.

La pyramide équivaut à autant de jetons qu'elle a d'assises, et ces assises sont soumises aux règles précédentes des jetons; exemple: Le 5, rond noir devant jouer se trouve sur la même ligne que la pyramide blanche, et il y a 5 cases vides d'intervalle; or 5×5 font 25 qui est inscrit sur l'assise 5; la pyramide a le droit de se racheter et l'adversaire prend un 25 parmi les jetons. Mais si ce 25 était déjà pris, selon les anciens, les noirs n'ont droit à rien; mais selon Boissière, les noirs peuvent prendre une pièce quelconque à volonté: si c'est la base de la pyramide qui est attaquée elle perd le droit de rachat et est enlevée; on voit aussi combien la pyramide a d'avantage pour enlever des jetons au moyen de ses assises.

Conventions du jeu relatives au gain.

Les conventions sont de deux genres : 1° communes; 2° distinguées.

Conventions communes. Le gagnant doit avoir le plus grand nombre de pièces, ou bien le plus grand nombre de points en prenant la valeur numérique des pièces pour autant de points ou bien le plus grand nombre de chiffres; on peut encore combiner ces conventions ensemble.

Conventions distinguées. Elles sont de trois sortes :

1° *La grande victoire.* Quand on parvient à faire entrer dans le champ de l'adversaire trois nombres formant une proportion, ou géométrique, ou arithmétique, ou harmonique.

2° *La victoire majeure.* Si l'on parvient à faire passer dans le champ de l'adversaire quatre nombres tels que trois forment une de ces proportions et trois une autre de ces proportions. Exemple : 2, 3, 4, 8, où l'on trouve 2, 3, 4 proportion arithmétique, 2, 4, 8 proportion géométrique, ou bien 3, 4, 5, 15; ici 3, 4, 5 forment une proportion arithmétique; 3, 5, 15, une proportion harmonique.

3°. *La victoire suprême.* Lorsque les quatre nombres présentent en même temps les trois proportions. *Exemple:* 2, 3, 4,6, on y trouve 2, 4, 6; 2, 3 :: 4, 6; 2, 3, 6 proportion harmonique.— Il est facile de trouver quatre nombres qui jouissent de cette propriété. Boissière donne ensuite (feuillet 41, verso) la description d'un autre jeu Rhythmomachique, dit des *Chaldéens*, et qu'il a trouvé dans un opuscule anglais, traduit, à ce qu'on dit, du chaldéen, et qui lui a été communiqué par un Anglais, nommé Thomas Topcliphe, dont il fait un éloge fort singulier en ces termes : « Vix excellentiore et eruditione et honestate, quam vix quisquam de anglo homine sibi posset persuadere : neque hoc dictum velim, quò quis existimet me anglici nominis majestatem velle imminuere (nam Anglos aliis hominibus inferiores esse non judico), sed quòd absoluta hominis perfectio maximæ mihi sit admirationi. » On voit que les sots préjugés nationaux, même entre savants ne datent pas d'aujourd'hui.

Dans ce jeu chaldéen les pièces sont les mêmes que dans le jeu Pythagoricien, mais la marche est différente. Les *ronds* ne peuvent avancer qu'obliquement et d'une case seulement; les triangles marchent droit et trois cases, à partir de celles qu'ils occupent; les carrés de quatre cases, aussi à partir de celles qu'ils occupent et toujours droit. Pour se sauver d'une attaque, une pièce peut sauter comme le cavalier aux échecs, et une pyramide marche comme la reine aux échecs. Les pièces se prennent par addition, soustraction, multiplication, division. Cet énoncé peut suffire.

Boissière cite, parmi les anciens qui se sont occupés de Rhythmomachie, le pape Gerbert, du onzième siècle; Hermanuus Contractus (le rachitique), auteur du treizième siècle, Nicolas Orestinus, et parmi les contemporains Orontius Finæus, et surtout le célèbre et malheureux Jacques Fabre d'Etaples qui a joint à son édition (première, 1496, deuxième, 1514) de l'arithmétique de Jordanus Nemorarius, auteur du douzième siècle, un appendice de quatre pages in-folio, sous forme de dialogue sur la Rithmomachie. Il a dédié cet opuscule à Bernardo Vencario, doctori medico numerorum amatori. On sait qu'autre fois les médecins ne négligeaient pas les mathématiques; ce même docteur dit en parlant de ce jeu : « Ludum numerorum non illiberalem, quem deceat studiosos adolescentes cognocere, ne nimium tetrice videantur adventasse disciplina, et quo interdum studii defessi primi earum tyrones solentur animum et cum utili ocio, tum honesto, vires custodiant incolumes. Tale præfecto consilium medicum decuit ». Tout en rendant justice aux bonnes intentions qui ont dicté ce conseil, nous croyons que les exercices gymnastiques sont plus propres à conserver les forces aux jeunes gens que les jeux rhythmomachiques les plus raffinés. Nous reviendrons sur cette édition curieuse de Jordan dont la seconde est sortie des presses de Henri Étienne l'ancien. L'ouvrage de Boissière est terminé par le dialogue cité ci-dessus de Fabre, qui a lieu entre Alcmeon, disciple de Pythagore, et deux jeunes gens, Bathille et Brontin ; contient une description très-succincte du jeu, et serait inintelligible sans le travail de Boissière. Un auteur italien s'en est aussi occupé dans un opuscule qui a pour titre : « Il nobilissimo et antiquissimo Giuoco Pythagoreo, nominato Rythmomachia, civè battaglia de consonantie de numerii ritrovato per utilità et solazzo delli studiosi et al presente per Francesco Barozzi gentilhuomo venetiano in lingua vulgare in modo di Paraphrasi composto. In Venetia, 1572, p. in-4. »

Barozzi a été traduit en allemand par Gustave Selenus qui l'a joint avec des gloses tirées de Boissière, à son ouvrage sur le jeu des échecs. Das Schach Oder Kœnigs-Spiel von Gustavo Seleno ; Leip., 1617, in-folio. Nous trouvons ces renseignements dans l'histoire des mathématiques de Kæstner, liv. I, art. Jordanus ; histoire qui mériterait de trouver un traducteur.

Nous devons à M. Chasles la communication de l'ouvrage de Boissiére, sujet de cette notice; il fait partie de la précieuse collection mathématique dont notre excellent géomètre fait un si fécond emploi, un si libéral usage.

Dans une lettre à M. Letronne sur un abacus athénien insérée dans la *Revue archéologique* du 15 septembre dernier, M. le professeur Vincent, après avoir expliqué avec son érudition ordinaire et avec une grande lucidité, l'usage arithmétique de cette *table à compter,* conjecture qu'elle a pu servir simultanément comme *table à jouer*, comme table rhythmomachique. Il est probable même que ces tables ont donné naissance à nos jeux de cartes qui, à certains égards, ne sont que des *combats* de nombres. Les arithméticiens des deux derniers siècles, tels que Legendre, Barême, contiennent encore des règles pour calculer avec des jetons (πεσσοι); de là aussi l'origine connue de *chambre de l'échiquier* pour chambre des comptes; encore de nos jours, les rosaires et les chapelets sont des abaques linéaires.

TM.