TERQUEM

Sur le quadrilatère inscriptible dont toutes les parties sont rationnelles d'après la méthode indienne

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 5 (1846), p. 636

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__636_0>

SUR LE QUADRILATÈRE INSCRIPTIBLE

dont toutes les parties sont rationnelles d'après la méthode indienne.

—

1. Soient a, b, c, d, e cinq nombres entiers satisfaisant aux équations $a^2+b^2=c^2$; $c^2+d^2=e^2$; tels sont 3, 4, 5, 12, 13, et une infinité d'autres; construisons un quadrilatère ABCD, tel que I étant le point d'intersection des diagonales *rectangulaires* AC, BD, l'on ait $AI=ac$; $CI=bd$; $BI=ad$; $DI=bc$; alors $AB=ae$; $BC=cd$; $CD=be$; $AD=c^2$, ce qui est évident par le théorème de Pythagore; donc, en vertu des équations données, les côtés sont rationnels. De plus, le quadrilatère est inscriptible, puisque l'on a $AI.CI=BI.DI$, et le diamètre du cercle circonscrit est $=\frac{1}{2}ce$; et l'aire $=\frac{1}{2}(ac+bd)(bc+ad)$.

Observation. Cette solution est donnée par Ganésa, commentateur du *Lilavati* de Bhascara, au paragraphe 191, page 81 de la traduction de Colebrooke, et voir aussi Chasles, *Aperçu historique*, page 440; ce géomètre fait observer qu'avec un quadrilatère inscriptible, on peut en former deux autres, en intervertissant les côtés, dont les parties sont encore rationnelles, mais dont les diagonales ne sont plus rectangulaires; ces trois quadrilatères n'ont que trois diagonales différentes, et chacun a pour aire le produit de ces trois diagonales divisé par le double du diamètre du cercle circonscrit.

Cette proposition, énoncée par Albert Girard, a été démontrée par Grebe en 1831 (voir *Man. de Géom.*, p. 435, 2e éd.).

Tm.