

AYNARD

**Note sur la distance d'un point à une droite
dans l'espace ; axes rectangulaires**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 401-402

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__401_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE

*Sur la distance d'un point à une droite dans l'espace;
axes rectangulaires.*

PAR M. AYNARD,
Professeur de mathématiques.

Le procédé que l'on emploie d'ordinaire en géométrie analytique pour trouver la distance d'un point à une droite exige un calcul assez laborieux ; on peut désirer d'arriver au résultat d'une manière plus simple.

Soient

$$x = az + \alpha, \quad y = bz + \beta,$$

les équations de la droite donnée, et désignons par x', y', z' les coordonnées du point dont il s'agit. L'équation du plan perpendiculaire à la droite, et passant par le point donné, sera

$$a(x - x') + b(y - y') + z - z' = 0. \quad (1)$$

La marche directe consisterait à tirer de ces trois équations les valeurs de x , de y et de z pour les substituer dans la formule

$$d = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2},$$

expression de la distance du point donné au point où la

droite perce le plan. On forme ordinairement les différences $x - x'$, $y - y'$, $z - z'$ pour les élever ensuite au carré ; l'artifice suivant a pour objet d'éviter la seconde partie de ce calcul. On peut mettre les équations de la droite sous la forme équivalente :

$$x - x' = a(z - z') - m, \quad (2)$$

$$y - y' = b(z - z') - n, \quad (3)$$

en posant, pour plus de simplicité,

$$x' - az' - a = m, \quad \text{et} \quad y' - bz' - \beta = n.$$

Les équations (1), (2) et (3) donneront, par un calcul simple,

$$\begin{aligned} z - z' &= \frac{ma + nb}{a^2 + b^2 + 1}, \\ y - y' &= \frac{a(mb - na) - n}{a^2 + b^2 + 1}, \\ x - x' &= \frac{b(na - mb) - m}{a^2 + b^2 + 1}. \end{aligned}$$

Multiplions l'équation (2) par $x - x'$, l'équation (3) par $y - y'$, et ajoutons les deux produits avec l'identité

$$(z - z')^2 = (z - z')^2,$$

il vient, en ayant égard à l'équation (1),

$$d^2 = -m(x - x') - n(y - y').$$

Substituant à la place de $x - x'$ et de $y - y'$ les valeurs précédemment trouvées, on a :

$$d^2 = \frac{m^2 + n^2 + (ma - nb)^2}{a^2 + b^2 + 1};$$

d'où enfin, en remplaçant m et n par leurs valeurs, et simplifiant autant que possible,

$$d = \sqrt{\frac{(x' - az' - a)^2 + (y' - bz' - \beta)^2 + [a(y' - \beta) - b(x' - a)]^2}{a^2 + b^2 + 1}}.$$

(V. t. III, p. 549.)