NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Note sur les aires des coniques planes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 5 (1846), p. 387-388

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__387_1>

NOTE

sur les aires des coniques planes.

Ellipse.

Soit $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ l'équation d'une ellipse rapportée à des diamètres conjugués faisant un angle égal à γ; soit O le centre; OA le demi-diamètre a, axe des x; OM un demi-diamètre quelconque, x' l'abscisse et y' l'ordonnée de M; on aura :

$$\text{Aire du secteur elliptique MOA} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma \operatorname{arc\,sin} \frac{y'}{b}.$$

Hyperbole.

$a^2y^2 - b^2x^2 = - a^2b^2$; équation de l'hyperbole; même notation que pour l'ellipse.

Aire du secteur MOA $= \frac{1}{2} ab \sin \gamma \log \left(\frac{x'}{a} + \frac{y'}{b}\right)$.

Observation. Plus x' augmente et moins $\frac{x'}{a}$ et $\frac{y'}{b}$ diffèrent; donc pour $x' = \infty$; l'aire totale asymptotique a pour expression $ab \sin \gamma \log 2 \frac{x'}{a}$ qui doit être indépendante de $ab \sin \gamma$; donc cette dernière quantité est constante; propriété connue.

2. Menant l'ordonnée MP; on a aire

MAP $= \frac{1}{2} \sin \gamma \left[x'y' - ab \log \left(\frac{x'}{a} + \frac{y'}{b}\right)\right]$, pour $x' = \infty$;

le premier terme se réduit à $\frac{bx'^2}{a}$ qui est infiniment grand, relativement au second terme. Donc, l'aire asymptotique quoique infinie, est infiniment petite relativement à l'aire de l'hyperbole.

Parabole.

Soit MM' une corde de parabole; I son milieu; IA la portion de diamètre interceptée entre la corde et la courbe; γ l'angle de la corde et du diamètre; on a aire du segment

MAM' $= \frac{2}{3}$ MM'. AI $\sin \gamma$.

Observation. On peut trouver ces diverses expressions d'une manière pénible par la voie élémentaire et en quelques traits de plume, par le calcul intégral: pourquoi ne pas en enseigner les principes aux élèves, principes plus faciles que le théorème de Sturm, le théorème de Cauchy, les méthodes d'éliminations etc., qu'on enseigne pourtant dans nos classes?

Tm.