

## Bibliographie

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 5 (1846), p. 377-385

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1846\\_1\\_5\\_377\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5_377_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

BIBLIOGRAPHIE.

---

ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE, par *G. Lionnet*, professeur de mathématiques au collège royal de Louis-le-Grand ; troisième édition. Ouvrage adopté par le Conseil royal de l'Université pour l'usage des collèges. Paris, 1846 ; in-8° de 344 pages (\*).

Un ouvrage destiné à l'enseignement élémentaire ne peut être convenablement apprécié que par les personnes vouées à cette honorable et pénible fonction. Je dois donc m'en rapporter au jugement favorable porté sur cet ouvrage par mon excellent co-rédacteur, qui dirige avec distinction une des premières institutions mathématiques de la capitale. C'était en 1842, lors de la première édition, et nos lecteurs auront à regretter que de nombreuses occupations, à l'approche des examens, empêchent le même rapporteur à rendre compte de cette troisième édition. Le plan méthodique, la logique sévère, la dichotomie technique qui règnent dans l'ouvrage ont été parfaitement indiqués, et nous n'avons rien à y ajouter (v. t. I, p. 431). Il nous reste à signaler les principales améliorations que l'auteur, fidèle à son système, rigoureusement progressif, a faites dans cette troisième édition.

*Géométrie plane.*

Livre III. On sait que deux cercles dans un plan peuvent avoir un point ou deux en commun, ou n'avoir aucun point

---

(\*) Dezobry, Magdeleine et comp., rue des Maçons-Sorbonne, 1.

en commun. Les conditions géométriques, relatives à ces six situations, où chacune se divise en deux, sont démontrées ici *directement*; discussion qu'on devrait établir d'une manière analogue pour le même objet dans la géométrie analytique. Cette discussion est l'objet de huit théorèmes (p. 67-73). Toutefois, on a omis le cas où les deux cercles se coupent de manière que les deux centres sont du même côté de la corde commune.

Livre III, page 88. Un ami de l'auteur, M. le professeur Lebesgue, profond arithmologue, croit qu'il est bon de démontrer en géométrie l'existence des lignes incommensurables, avant de s'occuper de rapports, des proportions et de la mesure des surfaces (t. III, p. 436). Conformément à ce conseil, on lit (p. 88) une démonstration de l'incommensurabilité de la diagonale et du côté du carré, où l'on ne fait pas usage de la théorie des lignes proportionnelles.

*Géométrie de l'espace.*

Voici la nouvelle disposition, très-rationnelle, adoptée pour la succession des théorèmes :

- Lignes droites et plans parallèles ;
- Lignes droites perpendiculaires aux plans ;
- Plans perpendiculaires entre eux ;
- Distances et lieux géométriques.

Les théorèmes VIII et IX (livre II), relatifs aux angles trièdres supplémentaires (triangles polaires de la trigonométrie) sont démontrés pour la première fois avec toute la rigueur désirable. La direction des perpendiculaires est ici nécessaire à prendre en grande considération.

Le théorème XIV du même livre (p. 212), consacré à établir la possibilité de couper un système de droites par un plan qui le rencontre, est très-digne d'attention et

manque dans les traités élémentaires. Il est sous-entendu dans quelques démonstrations de Legendre, et on en a besoin en statique pour démontrer qu'on peut toujours mener un plan qui soit coupé par toutes les directions des forces du système.

Le livre III est intitulé : *Des trois corps ronds*; toutefois on s'y occupe presque exclusivement de la sphère. On sait que la discussion des cas douteux des triangles sphériques, au nombre de quarante, est ordinairement conduite d'après des principes trigonométriques; M. Lionnet ramène le tout à un seul théorème de géométrie pure.

Le livre IV est intitulé : *Les polyèdres semblables et la mesure des angles* (p. 273); faire succéder la mesure des angles à la théorie de la similitude semble présenter quelque étrangeté; elle disparaît en se rappelant que l'auteur définit l'angle, soit plan, soit dièdre, soit solide, par le même mot : *ouverture*; définition qui présente l'avantage de l'uniformité et l'inconvénient d'être un peu vague. Une hyperbole présente aussi une *ouverture*, et il n'y a pas là matière à angle. Nous pensons que ce mot indique une différence de direction de deux droites ou de deux plans. L'angle solide est improprement ainsi nommé; il désigne le rapport d'une portion de la sphère à la sphère entière. En creusant le sujet, on trouve que la mesure des angles est intimement liée à la théorie des trajectoires orthogonales, à l'idée primordiale du mouvement circulaire. Pour l'angle plan, ces trajectoires sont des cercles; pour l'angle dièdre, des cylindres, et des sphères pour l'angle solide; de sorte que cette mesure n'est qu'un rapport *déguisé* entre des longueurs et des surfaces; rapports *rationnels*, ou *numériques*, ou rapports *irrationnels*, *innumériques*, s'il était permis de s'exprimer ainsi. L'égalité de rapports, soit pour les angles, soit pour les dimensions des corps constitue l'idée première, l'idée innée de la similitude.

L'auteur adopte une définition conforme à cette idée. Une note de Legendre sur le nombre des conditions nécessaires pour établir l'égalité soit entre les polygones, soit entre les polyèdres, a fait introduire dans la science une autre définition de similitude, qui a l'avantage de s'appliquer à des lignes et à des surfaces courbes quelconques. Cette manière de définir la similitude présente l'avantage d'être plus générale et l'inconvénient d'être peu naturelle. Le choix entre les deux définitions est indifférent ; car, ainsi que dit d'Alembert, les définitions sont choses arbitraires (*Voir* Note, t. I, page 435).

Nous appelons aussi l'attention sur la manière dont l'auteur démontre la mesure des surfaces cylindriques et coniques (p. 323). D'après cet exposé succinct, on voit que rien n'a été négligé pour perfectionner un bon ouvrage. Ayant en vue l'intérêt des étudiants, l'auteur est revenu à la méthode ancienne et a placé les figures gravées sur cuivre, dans le texte. Nous croyons, dans le même intérêt, que l'auteur devrait imiter Bezout et placer à la fin, une table des énoncés de toutes les propositions. Ces panoramas scientifiques sont utiles même aux professeurs. Nous terminerons par faire observer que l'auteur a judicieusement supprimé certaines définitions, axiomes et théorèmes, qui appartiennent au domaine public du bon sens. Il reste peut-être encore par-ci, par-là (\*), quelque chose de ce genre à élaguer ; car, comme nous avons toujours les défauts de nos qualités, les amis de la rigueur portent quelquefois cet amour à l'extrême. *Ne quid nimium* est un précepte à suivre surtout en s'adressant à la jeunesse.

Nous signalons comme une heureuse innovation, l'orthographe conforme à l'étymologie des mots *isoscèle*, avec une

---

(\*) Nous citerons, liv. I, théor. III, IV et V ; liv. II, théor. I, II.

s ; *polygone* avec un accent circonflexe sur la voyelle *o* ; et *parallélépipède* au lieu de *parallélipède*. Par contre, on peut espérer de voir disparaître les accents absurdes, des *binômes*, *trinômes*, *polynômes*. L'Académie française semble avoir abandonné aux géomètres le soin de faire ces corrections.

Tm.

---

COURS COMPLET DE MATHÉMATIQUES à l'usage des aspirants à toutes les écoles du gouvernement, renfermant toutes les connaissances exigées pour l'admission aux écoles polytechnique, normale, navale, militaire, de Saint-Cyr, forestière, des arts et manufactures et des beaux-arts ; par M. *Auguste Blum*, professeur de mathématiques, ancien élève de l'école polytechnique. Tome deuxième, géométrie élémentaire, trigonométrie rectiligne, trigonométrie sphérique, éléments de géométrie descriptive. Paris, 1845, in-8°, t. XLIII, 477 p., 24 pl. gravées (\*).

Il faut distinguer deux sortes d'ouvrages didactiques ; les uns ayant pour but unique la science et ceux qui l'apprennent par goût, peuvent être très-courts ; les autres ayant en vue les examens et ceux qui veulent avoir des emplois, doivent être très-longs. Les uns ne s'occupent que de la théorie dont les limites sont resserrées ; les autres ne se préoccupent que de réponses à faire à des questions possibles dont le champ est illimité. Le titre que nous donnons *in extenso*, suffit donc pour justifier la grosseur du volume et le recommander aux candidats pour les diverses écoles. L'ouvrage débute par une table des matières très-développée, contenant successivement les définitions, les théorèmes, les problèmes,

---

(\*) Carilian-Gœury et V<sup>o</sup> Dalmont, éditeurs.

même avec les n<sup>os</sup> des figures qui s'y rapportent, objet essentiel qui facilite singulièrement l'étude et les recherches ; un traité scientifique sans table des matières est un labyrinthe sans fil.

La géométrie élémentaire proprement est divisée en deux parties ; division très-rationnelle et introduite, à ce que je sache, par M. Vincent ; chaque partie est subdivisée en quatre livres ; de sorte qu'on retrouve les huit livres de Legendre, qui a calqué sa géométrie sur celle de Thomas Simpson, ainsi que notre illustre géomètre le dit dans la préface à la première édition.

A l'instar d'Euclide, toutes les définitions sont en tête. Quelque respectable que soit une telle autorité, je n'en suis pas partisan. On ne doit parler des objets qu'à mesure qu'on en a besoin et pas auparavant, et surtout avant de connaître la possibilité d'existence ; pourquoi mentionner sans nécessité les parallèles, les rectangles, les carrés, avant de savoir si de telles figures peuvent se réaliser ? C'est à la fin du volume qu'on devrait placer par ordre lexicographique, les définitions des termes techniques. Ces petits dictionnaires réunis faciliteraient la composition d'un dictionnaire général de toute la science.

Pour la théorie des parallèles, on a très-judicieusement suivi le conseil de M. Gergonne ; en admettant, comme fait de conscience, que par un point ne passe qu'une seul parallèle à un point donné ; toutes les sciences sont obligées d'avoir recours à des faits de ce genre ; la droite, sa direction, la différence et l'égalité de direction, sont les données du sens intime, ont la plus forte certitude possible et par conséquent échappent à toute démonstration, à tout moyen discursif.

Le sens intime est le dernier refuge de la certitude ; aller au delà est une entreprise aussi vaine que déraisonnable. Les métaphysiciens enfantent des volumes sur les caractères de

la certitude ; comment acquiert-on la certitude d'avoir ces caractères ? Ce genre de questions ne présente qu'un avantage littéraire , une satisfaction d'auteur ; on peut écrire dessus indéfiniment , et lorsque nos soixante siècles de traditions historiques seront doublés , on sera toujours au point du départ ; il ne faut pas confondre le mouvement de rotation autour d'un axe fixe , quelque vif , quelque agité et bruyant que soit ce mouvement avec celui de translation dans l'espace ; le seul qui constitue le progrès. Mais revenons à notre affaire.

La méthode dite des incommensurables est donnée d'une manière très-élémentaire. Voici ce que l'auteur dit à cet égard dans la note IV (p. 455) : « Il ne faut pas perdre de vue » que les conditions de l'enseignement de géométrie sont » maintenant changées. Les examens pour les grades d'aspirants de marine forcent les candidats de commencer à douze ans une étude que des jeunes gens de dix-huit ans commençaient à peine il y a cinquante ans , alors que le traité fameux de géométrie élémentaire de Legendre fut composé. Comment présenter à des enfants des notions abstraites et non justifiées ; comment effrayer les premiers regards des élèves par des expressions compliquées et surtout par des démonstrations longues ? »

Trente-six problèmes terminent la géométrie plane ; la moyenne et extrême raison n'est pas mentionnée dans la table ; il est vrai qu'elle est comprise dans le problème XX ; mais par son importance elle exige une mention explicite.

A l'instar du *Manuel de géométrie*, les lieux sont enfin introduits dans l'enseignement de la géométrie élémentaire. Mais pourquoi s'arrêter là et pourquoi à l'instar du même ouvrage , ne pas traiter comme des lieux , les trois coniques ? Quel inconvénient y a-t-il à ce que cette foule d'élèves , et c'est l'immense majorité , qui n'est pas tenu d'apprendre la



**géométrie analytique**, ait quelques connaissances des propriétés des coniques qu'on rencontre partout, dans les arts, dans la mécanique, dans la physique, dans l'astronomie, dans toute la nature? Jusqu'à quand resterons-nous, avec l'antiquité païenne, en adoration perpétuelle devant la droite et le cercle? les seuls lignes, hormis dans les cristaux, qu'on ne rencontre pas dans l'univers?

La géométrie de l'espace est aussi suivie de 13 problèmes. Dans un appendice à la géométrie élémentaire (p. 215), l'auteur a eu l'heureuse idée de consigner les *énoncés* seulement de beaucoup de théorèmes et de problèmes intéressants. Quelquefois, on indique les moyens de solution, on met sur la voie; exercice dont l'utilité est incontestable. A la suite de l'appendice, on trouve des notions sur la théorie des transversales, des points et faisceaux harmoniques, poles et polaires.

Ces diverses théories qui occupaient une si grande place chez les anciens avaient disparu avec raison des écrits des géomètres du xviii<sup>e</sup> siècle; les progrès de la géométrie contemporaine rendent de nouveau nécessaire l'introduction de ces théories dont l'absence devrait désormais être signalée comme une véritable lacune; et même sous certains rapports, comme un manque de patriotisme, car la nouvelle direction donnée aux études géométriques est due à des savants français, aux Servois, Brianchon, Poncelet, Chasles, etc.

L'auteur a aussi enrichi son ouvrage du théorème de M. Cauchy sur l'égalité des polyèdres, si remarquablement simplifié par M. Thibault (t. II, p. 163); théorème fondamental dans la stéréométrie. Il est presque superflu d'ajouter que l'auteur a soin de ne pas citer l'endroit où il a pris ce théorème, pour deux raisons: la première est que cela faciliterait les recherches; et la seconde, c'est que ce se-

rait contraire à tous les usages adoptés par les géomètres français.

C'est en vue des élèves de la marine que l'auteur a ajouté la trigonométrie sphérique, et quoique non exigée, c'est une abondance qui ne saurait être nuisible.

Dans les éléments de géométrie descriptive se trouvent résolues les difficultés de construction qu'amènent des variations dans les données des problèmes et pour lesquelles les méthodes générales deviennent inapplicables, difficultés qui embarrasseraient les élèves s'il n'y étaient convenablement préparés.

D'après cet exposé, on voit que l'auteur a fidèlement rempli la mission de réunir tous les matériaux géométriques dont doivent être munis, à des degrés divers, ceux qui aspirent à entrer dans les écoles du gouvernement. Tm.