NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Recueil de formules et de valeurs relatives aux fonctions circulaires et logarithmiques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 5 (1846), p. 349-351

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__349_1>

RECUEIL DE FORMULES

et de valeurs relatives aux fonctions circulaires et logarithmiques.

(Suite, v. p. 224.)

—

46. $$\left(1-2x\cos\frac{\pi}{2n}+x^2\right)\left(1-2x\cos\frac{3\pi}{2n}+x^2\right)$$
$$\times\left(1-2x\cos\frac{5\pi}{2n}+x^2\right)+\ldots\left(1-2x\cos\frac{2n-1}{2n}+x^2\right)=$$
$$=x^{2n}+1$$ (Côtes) ; n nombre positif entier.

47. $(\cos x+\sqrt{-1}\sin x)^m=\cos mx+\sqrt{-1}\sin mx$. (Moivre) ; m quelconque.

48. $x+y+z=2\pi$; $1-\cos^2 x-\cos^2 y-\cos^2 z+2\cos x\cos y\cos z=$
$=0$.

49. $\sin x=\frac{1}{2}[\sqrt{1+\sin 2x}-\sqrt{1-\sin 2x}]$.

50. $\cos x=\frac{1}{2}[\sqrt{1+\sin 2x}+\sqrt{1-\sin 2x}]$.

51. $2\,\text{arc tang}=x=\text{arc tang}=\frac{2x}{1-x^2}$.

52. $\sin x\pm\sin y=2\sin\frac{1}{2}(x\pm y)\cos\frac{1}{2}(x\pm y)$.

53. $\cos x+\cos y=2\cos\frac{1}{2}(x+y)\cos\frac{1}{2}(x-y)$.

54. $\cos x-\cos y=2\sin\frac{1}{2}(x+y)\sin\frac{1}{2}(x-y)$.

55. $\sin(x+y)\sin(x-y)=\frac{1}{2}[\cos 2y-\cos 2x]$.

56. $\sin(x+y)\cos(x-y)=\frac{1}{2}[\sin 2x+\sin 2y)$.

57. $a\,\text{tang}\,x=b\,\text{tang}\,y$; $\text{tang}(x-y)=$
$$=\frac{(b-a)\text{tang}\,y}{a+b\,\text{tang}^2 y}=\frac{(b-a)\sin 2y}{b+a-(b-a)\cos 2y}.$$

58. $\cos 2x=2\cos^2 x-1$
$\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
$\cos 4x=8\cos^4 x-8\cos^2 x+1$
$\cos 5x=16\cos^5 x-20\cos^3 x+5\cos x$
$\cos 6x=32\cos^6 x-48\cos^4 x+18\cos^2 x-1$
$\cos 7x=64\cos^7 x-112\cos^5 x+56\cos^3 x-7\cos x$.

59. $\sin 2x=2\sin x\cos x$
$\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$
$\sin 4x=\sin x(8\cos^3 x-4\cos x)$
$\sin 5x=\sin x(16\cos^4 x-12\cos^2 x+1)$

$\sin 6x = \sin x(6\cos x - 32\cos^3 x + 32\cos^5 x)$

$\sin 7x = 7\sin x - 56\sin^3 x + 112\sin^5 x - 64\sin^7 x$

$\sin 8x = \sin x[128\cos^7 x - 192\cos^5 x + 80\cos^3 x - 8\cos x]$

$\sin 9x = 9\sin x - 120\sin^3 x + 432\sin^5 x - 576\sin^7 x +$
$+ 256\sin^9 x.$

60. $\sin nx = 2^{n-1}\sin x \sin\left(\frac{\pi}{n} - x\right)\sin\left(\frac{\pi}{n} + x\right)\sin\left(\frac{2\pi}{n} + x\right)\times$

$\times \sin\left(\frac{2\pi}{n} - x\right)\sin\left(\frac{3\pi}{n} + x\right)\sin\left(\frac{3\pi}{n} - x\right)\ldots\ldots$

(autant de facteurs qu'il y a d'unités dans n).

$\cos nx = 2^{n-1}\cos\left(\frac{n-1}{n}\pi + x\right)\cos\left(\frac{n-1}{n}\pi - x\right)\times$

$\times \cos\left(\frac{n-3}{n}\pi + x\right)\cos\left(\frac{n-3}{n}\pi - x\right)\cos\left(\frac{n-5}{n}\pi + x\right)\ldots.$

(autant de facteurs que d'unités dans n).

61. $n\,\text{séc}\,nx = \text{séc}\left(\frac{m}{n}\pi + x\right) + \text{séc}\left(\frac{m}{n}\pi - x\right) +$

$+ \text{séc}\left(\frac{m-1}{n}\pi + x\right) + \text{séc}\left(\frac{m-1}{n}\pi - x\right) +$

$+ \text{séc}\left(\frac{m-2}{n}\pi + 2\right) + \text{séc}\left(\frac{m-2}{n}\pi + x\right)$

$+ \ldots\ldots \pm \text{séc}\,x\,;\ (n = 2m+1).$

$n\,\text{coséc}\,nx = \text{coséc}\,x + \text{coséc}\left(\frac{\pi}{n} - x\right) - \text{coséc}\left(\frac{\pi}{n} + x\right) -$

$- \text{coséc}\left(\frac{2\pi}{n} - x\right) + \text{coséc}\left(\frac{2\pi}{n} + x\right) +$

$+ \text{coséc}\left(\frac{3\pi}{n} - x\right) - \text{coséc}\left(\frac{3\pi}{n} + x\right)$

$\ldots \mp \text{coséc}\left(\frac{m\pi}{n} - x\right) \pm \text{coséc}\left(\frac{m\pi}{n} + x\right);\ n = 2m+1.$