NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DROT

Note additive à l'article de M. Drot

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 5 (1846), p. 25-27

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__25_1>

NOTE ADDITIVE A L'ARTICLE DE M. DROT.

(Tome IV, p. 639.)

PAR L'AUTEUR.

Il résulte de ce qu'on vient de voir qu'il peut très-bien arriver que les deux derniers chiffres d'un nombre ne se reproduisent à aucune puissance de ce nombre, de même pour les trois derniers chiffres..... mais alors comme il est aisé de le prévoir, il arrivera toujours que les derniers chiffres d'une certaine puissance, se reproduiront à une autre puissance; de telle manière qu'en considérant les deux, trois, quatre.... derniers chiffres d'un nombre et de ses puissances successives, ils forment toujours une sorte de période, qui commence dès la première puissance dans les cas déjà examinés, et qui commence plus tard dans les autres cas.

Reprenons par exemple le cas de deux chiffres finals; on a vu que la relation $N(N^{x-1}-1)=100(q'-q)$ n'était jamais satisfaite quand le nombre N était divisible par 2 sans l'être par 4; ou par 5, sans l'être par 25 : mais dans ce cas ce seront les chiffres finals du carré de N qui se reproduiront à une certaine puissance; il est clair en effet que la condition nécessaire et suffisante pour que cela ait lieu, sera :

$$N^2(N^{x-2}-1)=100(q'-q),$$

condition qui pourra toujours être satisfaite : car :

1° Soit N divisible par 2 et 5; N^2 le sera par 4 et 25; donc la condition sera satisfaite quel que soit x.

2° Soit N divisible par 2 et non par 5; N^2 le sera par 4, et pour que la condition soit satisfaite, il faudra et il suffira que $N^{x-2}-1$ soit divisible par 25, ce qui peut toujours avoir lieu pour une valeur convenable de x; ceci aura lieu pour $x=3$ et par suite pour toute valeur de x, dans le cas où le nombre N sera terminé par 26.

3° Soit N divisible par 5 et non par 2; N^2 le sera par 25, et il faudra que $N^{x-2}-1$ soit divisible par 4, ce qui peut toujours avoir lieu. Cette circonstance aura lieu pour $x=3$, et par suite pour toute valeur de x, dans le cas où le nombre N sera terminé par 05, 45, 65, 85.

4° Dans le cas de trois chiffres finals, on a vu que la relation

$$N(N^{x-1}-1)=1000(q'-q),$$

n'était jamais satisfaite quand le nombre N était divisible par 2 sans l'être par 8, ou par 5 sans l'être par 125 ; mais dans ce cas, ce sont les chiffres finals du carré ou du cube qui se reproduisent à une certaine puissance.

Supposons en effet d'abord que N soit divisible par 2 sans l'être par 4 ; ou par 5, sans l'être par 25 ; la condition nécessaire et suffisante pour que les trois derniers chiffres finals du cube se reproduisent, sera :

$$N^3(N^{x-3}-1)=1000(q'-q) ;$$

on la traitera comme précédemment, et on verra qu'elle peut toujours être satisfaite pour une valeur convenable de x, attendu que N^3 est divisible par 8 ou 125.

Soit en second lieu N divisible par 4 sans l'être par 8 ; ou par 25, sans l'être par 125 ; la condition nécessaire et suffisante pour que les trois derniers chiffres finals du carré se reproduisent, sera :

$$N^2(N^{x-2}-1)=1000(q'-q),$$

et on verra qu'elle peut toujours être satisfaite par une valeur convenable de x, attendu que N^2 est divisible par 8 ou par 125.

On continuerait de la même manière.