TURQUAN

# Rectification de la courbe qui coupe les génératrices d'un cône quelconque, sous un angle constant

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 4 (1845), p. 659-660

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__659_1>

## RECTIFICATION DE LA COURBE

*qui coupe les génératrices d'un cône quelconque, sous un angle constant.*

**PAR M. TURQUAN,**
professeur au collége royale de Pontivy.

---

Je placerai l'origine des coordonnées au sommet du cône, et je prendrai les axes rectangulaires.

Alors la distance d'un point quelconque $(xyz)$ de la courbe à l'origine sera $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, et les angles que fait avec les trois axes la génératrice qui passe par ce point, auront pour cosinus

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}};$$

on sait, au reste, que les angles de la tangente à la courbe avec les axes ont pour cosinus $\frac{dx}{ds}$. $\frac{dy}{ds}$. $\frac{dz}{ds}$.

Donc, si on appelle $m$ le cosinus de l'angle constant que la courbe fait avec chaque génératrice, on aura :

$$\frac{xdx+ydy+zdz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,ds}=m, \quad \text{ou} \quad \frac{xdx+ydy+zdz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=mds,$$

d'où
$$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=ms+c,$$

$c$ étant une constante arbitraire.

Si $x_1, y_1, z_1$ et $x_2, y_2, z_2$ sont les coordonnées de deux points de la courbe auxquels correspondent les arcs $s_1$ et $s_2$, on aura pour l'arc compris entre ces deux points :

$$\sqrt{x^2_2+y^2_2+z^2_2}-\sqrt{x^2_1+y^2_1+z^2_1}=m\,(s^2-s^1).$$

Prenons maintenant deux droites, $o$X et $o$Y, qui fassent entre elles un angle dont le cosinus soit $m$, prenons sur $o$X; $o\mathrm{P}=\sqrt{x^2_1+y^2_1+z^2_1}$ et $o\mathrm{Q}=\sqrt{x^2_2+y^2_2+z^2_2}$, puis, par les points P et Q, menons les perpendiculaires PM et QN, la partie MN de la droite $o$Y sera la longueur de l'arc $s_1 - s_1$.