SPECHT

Construction approchée du périmètre et de l'aire du cercle

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 495-496

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__495_1>

CONSTRUCTION

approchée du périmètre et de l'aire du cercle.

Par M. Specht. (Crelle, t. III, p. 83.)

—

Soit CBD un triangle rectangle en B ; BC rayon d'un cercle, et BD diamètre du même cercle; soit prolongé BD d'une longueur Da égale au $\frac{1}{5}$ du rayon BC; et encore d'une longueur Db égale aux $\frac{3}{5}$ du rayon ; menez les droites Ca, Cb ; prolongez BC en A jusqu'à BA $=$ Ca; par A menez AE parallèle à Cb; E est l'intersection de cette parallèle avec BD prolongée; alors BE sera très-approchée en longueur à

$\frac{1}{2}$ circonférence du rayon BC ; et le triangle BCE aura à peu près la même aire que le cercle ; en effet, soit BC $= 1$; on aura

$$BD = 2 ;\ Ba = 2\frac{1}{5} ;\ Bb = 2\frac{3}{5} ;$$

$$Ca = \frac{\sqrt{146}}{5} = BA ;\ BE = \frac{13\sqrt{146}}{2\ \ 5} =$$

$$= \sqrt{39{,}7484} = 2.3{,}141591953 ;$$

mais $\pi = 3{,}141592651...$ etc.

Le même auteur donne une méthode plus approchée encore, mais plus longue (Crelle, t. III, p. 405).

On doit ajouter à la note de la page 177, cette observation de Legendre. Pour que $2^n + 1$ soit un nombre premier, il faut que l'exposant n soit une puissance de 2. Car, si n renfermait le facteur impair k, faisons $n = kl$ et $2^l = a$; alors $2^n + 1 = a^k + 1$; or k étant impair, $a^k + 1$, est divisible par $a + 1$, donc $2^n + 1$ n'est pas premier, mais la réciproque est fausse. Ainsi, pour $n = 32$; on a

$$2^{32} + 1 = 4294967297 = 641.6700417,$$

ainsi que l'a remarqué Euler.

Faisant :

$n = 2$;	on a les polyg. conséc.	3,4,5,	constructibles géomé-
$n = 4$	Id.	15,16,17	triquement.
$n = 8$	Id.	255,256,257	Id.
$n = 16$	Id.	65535,65536,65537	Id.

car

$$255 = 3.5.17 ; 256 = 2^8 ; 65535 = 2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1) =$$
$$= 257.255.$$

Cette loi de succession s'arrête là. Car, supposons même que $2^{64} + 1$ soit un nombre premier, on aura

$$2^{64} - 1 = (2^{32} + 1)(2^{32} - 1) ;$$

ou $2^{32} + 1$ ne donne pas une construction géométrique.