Terquem

Théorème sur le triangle inscrit dans une conique

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 4 (1845), p. 432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__432_0>

THÉORÈME

Sur le triangle inscrit dans une conique.

—

Théorème I. Un triangle étant inscrit dans une conique, si par chaque sommet on mène une droite respectivement conjuguée au côté opposé, les trois droites se coupent en un même point.

Démonstration. Soit ABC, le triangle inscrit ; prenons AB pour axe des x, et AC pour axe des y ; l'équation de la conique sera : $Ay^2+Bxy+Cx^2+Dy+Ex=0$; on aura ainsi coordonnées du point A ; $x=0$; $y=0$;

Id. B ; $x=-\frac{E}{C}$; $y=0$,

Id. C ; $x=0$; $y=-\frac{D}{A}$;

équation de la droite AB ; $y=0$,

AC, $x=0$,

BC, $AEy+CDx+DE=0$;

ayant égard à l'équation (5) (*Nouvelles Annales*, tome I, p. 495), il vient :

équation de la droite conjuguée à

AC, passant par B ; $2ACy+BCx+BE=0$,

AB, Id. C ; $ABy+2ACx+BD=0$,

BC, Id. A ; $Ak'y-Ckx=0$.

Éliminant D et E des deux premières équations, on obtient la troisième ; par conséquent les trois droites passent par le même point.

Observation I. Cette propriété connue pour le cercle, peut être transportée par les projections, dans l'ellipse, mais non dans les deux autres coniques.

Observation II. En suivant la même marche, on démontre facilement, que les droites conjuguées respectivement à ces côtés, et passant par les milieux de ces côtés, se rencontrent aussi en un point, qui est sur la même droite que le point précédent et le centre de gravité du triangle ; théorème d'Euler généralisé.

Tm.