NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ARCAS TRÉBERT

Note sur un théorème d'algèbre

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 76-77

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__76_1>

NOTE SUR UN THÉORÈME D'ALGÈBRE ;

PAR ARCAS TRÉBERT (*).

On trouve à la page 468 du tome II de cet ouvrage une démonstration du théorème suivant, qu'on peut, ce me semble, présenter beaucoup plus simplement.

THÉORÈME. A *et* B *sont deux nombres entiers et positifs, ayant plus de la moitié des chiffres à gauche en commun, et*

(*) M. Arcas Trébert nous a adressé un Mémoire qui sera publié dans notre prochain numéro.

A $>$ B. *On a toujours* $A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p}$ (p *étant entier et positif*).

Démonstration. On a identiquement

$$\frac{x^p - y^p}{x - y} = x^{p-1} + yx^{p-2} + \ldots\ldots + y^{p-1},$$

et si $y < x$,

$$\frac{x^p - y^p}{x - y} > py^{p-1}.$$

Posant $x^p = A$, $y^p = B$, on aura

$$A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p}\sqrt[p]{\frac{\overline{(A-B)}^p}{B^{p-1}}}.$$

Soit k le nombre des chiffres de A — B, B aura au moins $2k + 1$ chiffres, donc

$$A - B < 10^k \text{ et } B > 10^{2k},$$

d'où $\frac{(A-B)^p}{B^{p-1}} < \frac{10^{pk}}{10^{(2p-2)k}} < \frac{1}{10^{(p-2)k}} < -1,$

puisque p est au moins égal à 2.

Donc enfin $A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p}.$

C. Q. F. D.