

ARCAS TRÉBERT

Note sur un théorème d'algèbre

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 76-77

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__76_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR UN THÉORÈME D'ALGÈBRE ;

PAR ARCAS TRÉBERT (*).

On trouve à la page 468 du tome II de cet ouvrage une démonstration du théorème suivant, qu'on peut, ce me semble, présenter beaucoup plus simplement.

THÉORÈME. *A et B sont deux nombres entiers et positifs, ayant plus de la moitié des chiffres à gauche en commun, et*

(*) M. Arcas Trébert nous a adressé un Mémoire qui sera publié dans notre prochain numéro.

$A > B$. On a toujours $A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p}$ (p étant entier et positif).

Démonstration. On a identiquement

$$\frac{x^p - y^p}{x - y} = x^{p-1} + yx^{p-2} + \dots + y^{p-1},$$

et si $y < x$,

$$\frac{x^p - y^p}{x - y} > py^{p-1}.$$

Posant $x^p = A$, $y^p = B$, on aura

$$A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p} \sqrt[p]{\frac{(A - B)^p}{B^{p-1}}}.$$

Soit k le nombre des chiffres de $A - B$, B aura au moins $2k + 1$ chiffres, donc

$$A - B < 10^k \text{ et } B > 10^{2k},$$

$$\text{d'où } \frac{(A - B)^p}{B^{p-1}} < \frac{10^{pk}}{10^{(2p-2)k}} < \frac{1}{10^{(p-2)k}} < \frac{1}{10},$$

puisque p est au moins égal à 2.

$$\text{Donc enfin } A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p}.$$

C. Q. F. D.
