Questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__40_1>

QUESTIONS PROPOSÉES.

80. Théorème. Une parabole ayant un foyer fixe, et passant par un point déterminé : le lieu du sommet est une épicycloïde engendrée par le point d'une circonférence roulant sur une circonférence de même rayon (*Chasle*).

81. Construire la courbe donnée par l'équation polaire $\rho = \tang \varphi$. Et démontrer que la polaire de cette courbe, relativement à un cercle, est une seconde courbe égale à la première.

82. Résoudre et discuter l'équation

$$+\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=1.$$

Afin de bien faire comprendre quelle est ici la question proposée, il suffira de rappeler en peu de mots ce que l'on trouve dans les Traités d'Algèbre, au sujet de la résolution des équations irrationnelles. On fait disparaître les radicaux ; puis on observe que l'équation rationnelle ainsi obtenue *doit avoir parmi ses racines, non-seulement celles de* l'équation proposée, mais encore les racines de toutes les equations irrationnelles qu'il est possible de former, en prenant chaque radical avec toutes ses determinations algébriques. Or, en opérant de cette manière sur l'équation $+\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=1$, on parvient à l'équation $x^2=\frac{3}{4}$, dont les racines sont $\pm\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Aucune de ces deux valeurs ne peut convenir à l'équation proposée, car il est évident que l'équation $+\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=1$ ne peut admettre une racine réelle. C'est ce que l'on propose d'expliuer.