NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

FINCK

Théorème de Descartes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 316-317

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__316_1>

THÉORÈME DE DESCARTES.

PAR M. FINCK,
professeur au collége de Strasbourg.

Il s'agit, comme on sait, de prouver que $(x-a)\,f(x)$ renferme au moins une variation de plus que $f(x)$.

1° La proposition est évidente si $f(x)$ n'a point de variation. Car le premier terme de $(x-a)\,f(x)$ est positif, et le dernier est négatif. Donc il y a au produit au moins une variation.

2° Je suppose notre proposition prouvée pour le cas où $f(x)$ renferme n variations, et je dis qu'elle est vraie s'il en renferme $n+1$. Car soit

$$f(x)=x^m+\ldots\pm Ax^\alpha\mp Bx^{\alpha-i}\mp\ldots\mp Lx^\lambda$$

Admettons que de x^m à x^α il y ait n variations, et que de x^α à x^λ il y en ait une seule, de sorte que $f(x)$ en contient $n+1$

On pourra supposer que i est 1, 2, 3, etc.; λ peut être nul ou non.

$(x-a)\,f(x)$ comprend deux parties; la première

$$\varphi(x)=(x-a)\,(x^m+\ldots\pm Ax^\alpha),$$

renferme par hypothèse au moins une variation de plus que $x^m+\ldots\pm Ax^\alpha$, c'est-à-dire au moins $n+1$; la seconde $\psi(x)=(x-a)\,(\mp Bx^{\alpha-i}\ldots\mp Lx^\lambda)$ en contient au moins une d'après le premier cas. Mais le dernier de φ et le premier de ψ sont de même signe, et sont respectivement

$$\mp Aax^\alpha\mp Bx^{\alpha-i+1}$$

donc $\varphi x + \psi x$, ou $(x-a)fx$ a au moins $n+1+1$ variations quand même i serait $=1$. Donc, etc.

Or, la proposition est prouvée pour $n=0$, donc elle est complétement démontrée.

Note rectificative sur la construction des tables des sinus naturels (t. I, p. 272, et t. III, p. 12).

M. Fink déclare qu'il n'a jamais argué de faux les calculs de M. Vincent; qu'il les trouve exacts; que les quantités qu'il a négligées, étaient négligeables; mais que seulement il a omis de prouver que ces quantités n'influent pas sur l'exactitude. De quoi d'ailleurs M. Vincent pouvait, peut-être, se dispenser, puisque à propos de *sinus*, il ne prétendait pas exposer une théorie complète des approximations. M. Fink ajoute que s'il a employé la méthode intégrale, c'est en vue d'abréger; et qu'il possède une méthode élémentaire très-simple qui sera insérée dans la seconde édition de la Trigonométrie, prête à paraître.