Nouvelles annales de mathématiques

Huet

Détermination du centre de gravité de la surface totale d'un tronc de cône circulaire droit à bases parallèles

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 24-25

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__24_0>

DÉTERMINATION

du centre de gravité de la surface totale d'un tronc de cône circulaire droit à bases parallèles.

PAR M HUET,
Regent de physique au College de Pamiers

—

1re *Solution.*

Il est évident que le moment de la surface totale du tronc de cône ABCD (*fig.* 6) est egal au moment de la surface convexe du cône SCD, plus le moment de la base du cône SAB, plus le moment de la base du cône SCD moins le moment de la surface convexe du cône SAB, tous ces moments étant pris par rapport à la base CD.

Soit $AC=c$, $SC=C$, $SA=c'$, $CE=R$, $AF=r$, $SE=H$, $SF=h'$, $EF=h$.

La surface convexe du tronc de cône est $\pi c(R+r)$, et sa surface totale $\pi\{(R+r)c+R^2+r^2\}$.

La surface convexe du cône SCD est πRC, et la surface de sa base est πR^2.

La surface convexe du cône SAB est $\pi rc'$, et la surface de sa base est πr^2.

D'ailleurs on a $C:c'::R:r$, d'où $C-c':C::R-r:R$. Donc $C=\frac{cR}{R-r}$. On a de même $C-c':c'::R-r:r$, d'ou $c'=\frac{cr}{R-r}$. La proportion $H:h::R:r$ fournit aussi $H-h':H::R-r:R$, d'ou $H=\frac{hR}{R-r}$, puis $H-h':h'::R-r:r$;

d'où $h' = \frac{hr}{R - r}$. Cela posé, x étant la distance du centre de gravité cherché à la base CD, on a pour moment de la surface totale du tronc, $x.\pi\{c(R + r) + R^2 + r^2\}$.

Le moment de la surface convexe du cône SCD est évidemment $\pi RC.\frac{H}{3}$, ou bien, en remplaçant C et H par leurs valeurs $\pi r.\frac{cR}{R - r}.\frac{hR}{3(R - r)}$. Le moment de la base CD est nul. Celui de la surface convexe du cône SAB est $\pi rc'\left(\frac{h'}{3} + h\right)$ ou bien $\pi r.\frac{cr}{R - r}\left(\frac{hr}{3(R - r)} + h\right)$. Enfin, le moment de la base AB du cône SAB est $\pi r^2 h$. On a donc l'égalité

$$\pi x\left\{c(R + r) + R^2 + r^2\right\} = \pi R.\frac{cR}{R - r}.\frac{hR}{3(R - r)} + \pi R^2 h -$$
$$- \pi r.\frac{cr}{R - r}\left(\frac{hr}{3(R + r)} + h\right).$$

D'où l'on tire, après avoir fait les réductions et effectué la division par $(R - r)^2$,

$$x = \frac{4}{3}\frac{cR + 2cr + 3r^2}{c(R + r) + R^2 + r^2}.$$