

TERQUEM

Note sur l'aire du triangle et sur l'aire du quadrilatère inscriptible en fonction des côtés

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3 (1844), p. 219-220

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3_219_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR L'AIRES DU TRIANGLE

et sur l'aire du quadrilatère inscriptible en fonction des côtés.

La méthode *mnémonique* pour retrouver certaines aires ou des volumes (*voir* t. I, p. 117, t. II, p. 23, t. III, p. 93), peut servir à retrouver l'aire d'un triangle et du quadrilatère inscriptible en fonction des côtés lorsqu'on sait que les carrés de ces aires sont des fonctions entières de ces côtés, en effet, soit S l'aire du triangle ayant a, b, c pour côtés; S^2 est donc une fonction symétrique des côtés, du quatrième degré; lorsqu'un côté devient égal à la somme des deux autres, l'aire est nulle; donc S^2 renferme les trois facteurs $a+b-c, a+c-b, b+c-a$; le quatrième facteur ne peut donc être que de la forme $m(a+b+c)$, m étant un nombre constant; donc $S^2 = m(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)$; lorsque les trois côtés sont égaux, on a

$$S^2 = \frac{3}{16} a^4 = 3ma^4; \text{ donc } m = \frac{1}{16}.$$

Observation. Avec deux côtés inégaux et un troisième côté, plus petit qu'une quantité donnée, il est impossible de construire un triangle; ainsi en faisant $a = 0$, S devient imaginaire; mais si l'on a en même temps $b = c$, alors $S = 0$; car, avec deux côtés égaux, on peut toujours construire un triangle, quelque petit que soit le troisième côté.

2° *Quadrilatère inscriptible.* Lorsqu'un côté est égal à la somme des trois autres, l'aire est nulle; donc

$S^2 = m(a+b+c-d)(a+b+d-c)(a+c+d-b)(b+c+d-a)$;
les côtés devenant égaux, on a

$$S^2 = a^4 = 16 ma^4; \text{ donc } m = \frac{1}{16}.$$

Tm.
