NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Note sur l'aire du triangle et sur l'aire du quadrilatère inscriptible en fonction des côtés

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 219-220

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__219_1>

NOTE SUR L'AIRE DU TRIANGLE

et sur l'aire du quadrilatère inscriptible en fonction des côtés.

La méthode *mnémonique* pour retrouver certaines aires ou des volumes (*voir* t. I, p. 117, t. II, p. 23, t. III, p. 93), peut servir à retrouver l'aire d'un triangle et du quadrilatere inscriptible en fonction des côtés lorsqu'on sait que les carrés de ces aires sont des fonctions entières de ces côtés, en effet, soit S l'aire du triangle ayant a, b, c pour côtés; S^2 est donc une fonction symétrique des côtés, du quatrième degré; lorsqu'un côté devient égal à la somme des deux autres, l'aire est nulle; donc S^2 renferme les trois facteurs $a+b-c$, $a+c-b$, $b+c-a$; le quatrième facteur ne peut donc être que de la forme $m(a+b+c)$, m étant un nombre constant; donc $S^2=m(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)$; lorsque les trois côtés sont égaux, on a

$$S^2 = \frac{3}{16} a^4 = 3ma^4; \text{ donc } m = \frac{1}{16}.$$

Observation. Avec deux côtés inégaux et un troisième côté, plus petit qu'une quantité donnée, il est impossible de construire un triangle ; ainsi en faisant $a = 0$, S devient imaginaire ; mais si l'on a en même temps $b = c$, alors $S = 0$; car, avec deux côtés égaux, on peut toujours construire un triangle, quelque petit que soit le troisième côté.

2° *Quadrilatère inscriptible.* Lorsqu'un côté est égal à la somme des trois autres, l'aire est nulle ; donc

$S^2 = m(a+b+c-d)(a+b+d-c)(a+c+d-b)(b+c+d-a)$;

les côtés devenant égaux, on a

$$S^2 = a^4 = 16\, ma^4; \text{ donc } m = \frac{1}{16}.$$

Tm.